УЧЕБНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

IV КЛАСС

УЧЕБНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ. IV КЛАСС

Москва · «Педагогика» · 1976

Печатается по решению
Редакционно-издательского совета
АПН СССР

Авторы: **В. Г. Болтянский, М. Б. Волович,**
Э. Ю. Красс, Г. Г. Левитас.

Учебное оборудование по математике. IV класс.
У91 М., «Педагогика», 1976.

152 с. с ил.

На обороте тит. л. авт.: В. Г. Болтянский, М. Б. Волович, Э. Ю. Красс, Г. Г. Левитас.

Книга содержит описание системы учебного оборудования по математике для IV класса. Оборудование разработано в соответствии с учебником математики для IV класса, книгой для учителя и дидактическими материалами.
Издание адресовано методистам и учителям математики.

У $\frac{\mathbf{60501-049}}{\mathbf{005(01)-76}}$ **44—76** **371.01**

ПРЕДИСЛОВИЕ

Проблемы совершенствования учебного оборудования является одной из актуальных для современной школы. Большое внимание этому вопросу обусловлено всевозрастающими требованиями к повышению эффективности всего процесса обучения. «Улучшить оснащение лабораторий, учебных и учебно-методических кабинетов, мастерских современным оборудованием, приборами, инструментами, учебными пособиями» — эта задача выдвинута «Основными направлениями развития народного хозяйства СССР на 1976—1980 годы»[1], одобренными XXV съездом КПСС.

Каждый вид учебного оборудования имеет свою специфику и свое дидактическое назначение, и потому разные виды оборудования весьма эффективны на одних этапах урока и малоэффективны (или бесполезны) на других. Приведем наиболее рациональную, на наш взгляд, последовательность использования учебного оборудования на каждом этапе урока[2].

1. *Фронтальный опрос, выявляющий степень усвоения материала предыдущих уроков.*

Одним из эффективных способов такого опроса является математический диктант. Методика его проведения хорошо известна: учитель читает вопрос, каждый учащийся отвечает, далее следует второй вопрос и т. д. Всего в диктанте до 10 вопросов. После диктанта можно оценить работу каждого ученика (например, тройка — при 60% правильных ответов, четверка — при 80%, пятерка — при 100% правильных ответов; вопросы конструируются так, чтобы их значимость была примерно одинаковой). Наиболее удобно, конечно, проводить такую работу в классе, оборудованном специальными устройствами обратной связи. При отсутствии контролирующих устройств учащиеся пишут ответы на контрольных листках (можно использовать, например, половины тетрадных листов). Ответы проверяются либо самими учащимися (учитель сообщает правильные ответы), либо учителем. Целесообразно использовать для математических диктантов звукозапись.

---

[1] Материалы XXV съезда КПСС. М., Политиздат, 1976, с. 221.

[2] Предлагаемые рекомендации возникли как реализация теоретических положений, сформулированных авторами ранее. См.: *М. Я. Антоновский, В. Г. Болтянский* и др. Комплексы учебного оборудования по математике. М., 1971; *В. Г. Болтянский, М. Б. Волович* и др. Кабинет математики. М., 1972; *В. Г. Болтянский, М. Б. Волович* и др. Оборудование кабинета математики. М., 1975.

При звукозаписи паузу между вопросами одного варианта можно установить, учитывая время, которое требуется самому учителю для двукратной записи ответа.

Звукозапись, во-первых, позволяет проводить диктант в двух вариантах (например, первый вариант читает мужской голос, второй вариант — женский). Двухвариантный диктант повышает самостоятельность работы. Во-вторых, учитель свободен и может наблюдать за работой класса, управлять ею и оценивать ее. Например, если особенно важен, скажем, ответ на второй вопрос, то учитель успевает просмотреть этот ответ почти у всех учеников класса еще до окончания диктанта.

Мы приводим в приложении тексты диктантов почти к каждому пункту учебника. Учитель может дополнить их своими вопросами, включить задания по устному счету.

2. *Фронтальная работа у доски по устранению выявленных недочетов в изучении предыдущего материала.*

Этот этап работы целесообразен в том случае, если в результате проведения математического диктанта (или иной формы фронтального опроса) выявились характерные ошибки. Для их устранения необходимо организовать работу таким образом, чтобы ответы были хорошо видны всему классу. Здесь можно использовать готовые модели, таблицы, диапозитивы и т. д. Например, если в ходе диктанта выяснилось, что часть учащихся делает ошибки в обозначении углов буквами, то целесообразно использовать таблицу «Углы».

3. *Рассказ-беседа по новому материалу.*

Во время рассказа-беседы бывают нужны готовые иллюстрации и записи, которые можно демонстрировать с помощью кинофильма, диафильма, таблицы.

Например, диафильм позволяет показывать изображения, необходимые для изложения нового материала, последовательно переходя от кадра к кадру и как угодно долго останавливаясь на каждом из них. Кадры диафильма даны в определенной логической последовательности, и учитель может подавать нужное в данный момент урока изображение, не затрачивая времени на его вычерчивание на доске. Использование диафильма наиболее целесообразно при изложении нового материала (см. статью «Диафильмы и диапозитивы на уроках математики» в журнале «Математика в школе», 1971, № 3).

При объяснении следует стремиться наиболее полно использовать материал кадра диафильма. Желательно задать несколько вопросов по каждому кадру; при этом необходимо добиваться, чтобы на каждый вопрос отвечали все учащиеся. Желательно одновременно с обсуждением каждого кадра диафильма вести записи в тетрадях. Такая форма работы возможна, если показывать диафильм без затемнения или при частичном затемнении класса (например, при затемнении одного переднего окна). Это достигается при использовании проекторов с большим световым потоком (ЛЭТИ, УП, в крайнем случае — «Свет»).

4. *Фронтальное решение типовых задач по новому материалу.* На этом этапе урока лучше всего использовать диапозитивы, кодоскоп, таблицы.

С помощью диапозитивов удобно варьировать как сам материал, так и порядок его предъявления: учитель может дома отобрать диапозитивы с теми задачами, которые больше соответствуют принятой им методике изложения, и расположить их в нужном порядке.

Большие возможности для организации фронтального решения задач предоставляет кодоскоп. Учитель может заранее написать на листах прозрачного материала тексты задач, сделать необходимые чертежи и т. д. Можно также использовать заготовки: чертежи, которые требуется дополнить; таблички, в которые требуется вписать значения, и т. д.

Дополнения могут производиться в процессе урока непосредственно на прозрачном материале шариковой ручкой или мелом (в последнем случае изображения должны проецироваться непосредственно на доску или пластиковый экран, на котором можно работать цветными мелками). Для изготовления самодельных кодопозитивов удобно использовать фломастеры.

5. *Самостоятельная работа.*

Непосредственный переход к самостоятельной работе после фронтальной оказывается трудным для некоторых учащихся. Кроме того, первые самостоятельные шаги нуждаются в эффективном контроле и самоконтроле, а также в тесном увязывании с теоретическим материалом. Поэтому особенно необходимо на первом этапе самостоятельной работы использовать тетради с печатной основой (ТПО) (см. статью «Тетради с печатной основой» в журнале «Математика в школе», 1970, № 1).

Ученик получает необходимые ориентиры для перехода без особых затруднений к самостоятельному выполнению заданий по вариантам (полный текст ТПО к учебнику «Математика-4» приведен в приложении).

Дальнейшая самостоятельная работа проводится по «Дидактическим материалам для IV класса по математике» К. И. Нешкова и А. С. Чеснокова. Рекомендуем использовать эти материалы так, как описано в статье «Об оформлении материалов с индивидуальными заданиями» («Математика в школе», 1975, № 3, с. 70—72).

Мы разрабатывали отдельные предметы учебного оборудования для IV класса не изолированно друг от друга, а во взаимосвязи, с учетом возможностей каждого из них. При этом мы стремились к тому, чтобы их совокупность охватывала все стороны учебного процесса, обеспечивая научную организацию труда учителя и учащихся.

При разработке учебного оборудования мы подвергли специальному психолого-педагогическому анализу содержание курса математики для IV класса. Однако этот анализ в книге опущен. Приведены лишь его результаты: само учебное оборудование и методические указания об его использовании.

Возникает вопрос: хватит ли на уроке времени, чтобы использовать все эти средства обучения? Учитывая, что на изучение материала каждого пункта учебника уходит в среднем 2 часа, предлагаем наиболее рациональную схему изучения материала одного пункта.

Первый час:
фронтальный опрос (математический диктант);
фронтальная работа у доски (таблица, или прибор, или диапозитивы, или кодопозитивы, или диафильм);
изложение нового теоретического материала (диафильм, а также таблица, или прибор, или кинофрагмент);
фронтальное решение типовых задач (таблица или диапозитивы);
переход к самостоятельной работе (ТПО).
Второй час:
завершение перехода к самостоятельной работе (ТПО);
самостоятельная работа (брошюры с заданиями по вариантам).

Разумеется, мы не призываем к проведению сдвоенных уроков. Напротив, очень важно, чтобы между первым и вторым уроком прошло известное время. В течение этого времени ученики, не успевшие сделать на первом уроке задания из ТПО, доделывают их дома.

Приведенная схема может несколько изменяться. Творчески работающий учитель и методист всегда сумеют дополнить, видоизменить, разнообразить эту схему. В настоящее время не вся номенклатура описанного здесь учебного оборудования имеется в кабинете математики у каждого учителя. Поэтому наряду с использованием оборудования, выпускаемого промышленностью (оно должно из года в год пополняться), следует рекомендовать учителям изготовлять с помощью учащихся и систематически использовать на уроках самодельное оборудование. Учитель, имеющий навык изготовления самодельных таблиц, может перенести на них часть материала, который мы рекомендуем предъявлять с помощью диафильмов и диапозитивов. Изготовление самодельных диафильмов, диапозитивов также процесс сравнительно несложный[1]. Даже ТПО в том или ином варианте могут изготавливаться самостоятельно. Например, шефствующие организации могут помочь в изготовлении ТПО в необходимом числе экземпляров с помощью множительных аппаратов типа «Эра». Можно наиболее важные задания ТПО к данному пункту учебника перенести на прозрачный материал и предъявлять классу с помощью кодоскопа. Учащиеся в этом случае на отдельном листочке выписывают слова и символы, которые необходимо написать вместо многоточия.

Книга состоит из основной части и приложения. В основной части приводятся методические указания о преподавании математики в IV классе с применением учебных средств. Эта часть по своей композиции отличается от учебника. Дело в том, что курс математи-

[1] См.: *В. Г. Болтянский, М. Б. Волович* и др. Оборудование кабинета математики. М., 1975, с. 62—64.

ки IV класса строится как пропедевтический. В нем происходит накопление того первоначального материала, который служит основой для систематических курсов алгебры и геометрии в старших классах. Построение учебника IV класса тематически пестрое, что соответствует поставленным здесь педагогическим задачам.

Между тем важно, чтобы методист и учитель хорошо видели основные линии развития курса, место каждого вопроса в курсе, его взаимосвязь с другими вопросами. Поэтому при описании учебного оборудования мы исходим из общего вопроса, фундаментальной идеи. При этом нередко в один параграф попадает описание учебного оборудования, относящегося к различным (иногда далеко отстоящим друг от друга) пунктам учебника. Номера пунктов, оборудование к которым описывается, указываются в заглавии параграфа.

В каждом параграфе основной части анализируется математическое содержание учебного материала и на этой основе выявляются типы заданий, выполнение которых необходимо для усвоения этого материала учащимся. Без четкого понимания необходимых типов заданий трудно рационально использовать имеющееся учебное оборудование, невозможно сознательно и систематически создавать свое оборудование, приспосабливать описанное учебное оборудование к конкретным условиям, в которых находится учитель. Ведь одна из важнейших задач, которую приходится решать с помощью учебного оборудования, как раз и состоит в том, чтобы с его помощью можно было ставить перед учащимися необходимые задачи.

Анализ учебника показал, что некоторые его пункты насыщены принципиально новым для учащихся материалом, требующим предъявления новых для них типов заданий. Для усвоения других пунктов учебника выполнения новых для учащихся типов заданий не требуется. Кроме того, в некоторых случаях одни и те же типы заданий обеспечивают усвоение материала нескольких, иногда многих пунктов учебника. Поэтому одни параграфы соответствуют большему числу пунктов учебника, другие — меньшему.

Основная часть книги завершается таблицей использования системы учебного оборудования. В этой таблице указаны все средства обучения, упомянутые в книге, а также и те, о которых в тексте не говорится. Последнее сделано в тех случаях, когда методика использования учебного оборудования очевидна. Некоторые из учебных средств, указанных в таблице, взяты из оборудования для других классов. В ряде случаев приведены дублирующие друг друга пособия. Учитель выберет из них наиболее для него подходящие.

В приложении приведены полные тексты заданий тетради с печатной основой, сценариев кинофрагментов и математических диктантов.

Для подготовки к изучению любого пункта учебника с помощью этой книги надо найти номер этого пункта в содержании книги (с. 152); ознакомиться с текстом соответствующего параграфа; найти с помощью таблицы, какое оборудование предназначено для усвоения этого пункта.

§ 1. МНОЖЕСТВА (пп. 8, 9, 10 учебника).

В IV классе изучаются некоторые вопросы, связанные с понятием множества. Прежде всего это новые термины: множество, элемент множества, принадлежность элемента множеству, пустое множество. Кроме того, учащиеся должны познакомиться с записью конечных (а впоследствии и бесконечных) множеств с помощью фигурных скобок, с обозначением $\varnothing$ (пустое множество) и со знаками принадлежности $\in$ и непринадлежности $\notin$. Желательно с первых же уроков готовить учеников к последующему восприятию понятий объединения и пересечения множеств, понятия подмножества.

Изучение понятия множества сводится, по существу, к овладению новым математическим языком. Поэтому основный тип задания — перевод на этот язык с обычного языка и обратно. Например:

1) написать (с использованием фигурных скобок) полный список элементов, входящих в множество, описанное словами обычного языка (множество учеников, сидящих на указанной учителем парте; множество букв, входящих в фамилию данного ученика, и т. п.);

2) установить, пусто или непусто заданное множество, и записать это (с употреблением символа $\varnothing$);

3) отыскать число элементов заданного множества и т. д.

Заметим, что изучение множеств содержит также материал, подготавливающий учащихся к решению комбинаторных задач (см., например, задачу № 112 или 127 учебника «Математика-4»). Это материал далеко не случайный: комбинаторика и есть наука о конечных множествах.

Комбинаторная задача, подготавливающая к решению задачи № 112, приведена в ТПО (см. задание 61 на с. 69). При наличии времени полезно использовать для развития навыков комбинаторного мышления серию диапозитивов «Комбинаторные задачи» для IX класса (студия «Диафильм», 1971).

Однако основное назначение учебного оборудования по этой теме — предоставить разнообразный материал для разговора на языке теории множеств как для коллективного обсуждения (диафильмы, диапозитивы и т. д.), так и для индивидуального «перевода» (ТПО, индивидуальные задания).

При работе с таблицей «Множества» учитель называет (или просит учащихся назвать) элементы демонстрируемых множеств.

Из скольких элементов состоит данное множество? (Учитель указывает одно из конечных множеств: множество лошадей, самолетов, вертолетов и т. д.)

Назовите пустые множества по материалу этих рисунков. (Возможные ответы: множество рыбок в третьем аквариуме, множество троллейбусов на поляне, множество белых лошадей на таблице и т. д.)

Назовите множества, содержащие равное число элементов (например, можно назвать множества, содержащие по три элемента). Назовите одноэлементные множества.

Назовите по таблице элементы, принадлежащие множеству животных, множеству машин, множеству планет, множеству небесных тел.

Конечно или бесконечно множество травинок на лужайке? (Ответ: множество конечно, но сосчитать травинки по таблице нельзя.)

Содержится ли множество лошадей в множестве животных? Какие еще множества содержатся в множестве животных? (Этот вопрос и аналогичные ему подготавливают учащихся к введению впоследствии понятия подмножества.)

Назовите примеры бесконечных множеств. (Ответ: три числовых множества, записанных в левом верхнем углу таблицы.)

Что представляет собой множество общих элементов множества четных чисел и множества чисел, делящихся на 5? (Ответ: множество чисел, делящихся на 10; этот и следующий вопросы подготавливают введение понятия «пересечение множеств».)

Укажите общие элементы множества четных чисел и множества натуральных чисел. Какое из этих множеств содержится в другом множестве?

Для тренировки в применении языка множеств целесообразно использовать приборы «Электросветовое табло» и «Числовая прямая».

Прибор «Электросветовое табло» дает возможность высветить множество квадратов с помощью трех цветов. При этом можно подготовить ту или иную картину заранее (например, до урока): прибор позволяет отключать любую цветовую группу лампочек общим тумблером. Включив, например, тумблеры красных ламп у одних квадратов и синих у других, учитель общим тумблером всех красных (синих) ламп может сразу включить любую из получившихся фигур (или обе сразу). При этом можно спросить, сколько элементов (квадратов) в первом множестве, сколько—во втором, сколько общих элементов, сколько элементов в обоих множествах вместе. Последние вопросы готовят детей к последующему восприятию понятий пересечения и объединения множеств.

Прибор «Числовая прямая» может быть использован, например, так. Шкала прибора (или ее часть) оцифровывается мелом или цифрами из магнитного набора, затем на шкале укрепляются три цветных магнитных кружка, обозначающих точки, и около них — буквы A, B, C. Учитель может поставить такие, например, вопросы:

1. Какие числа обозначены точками A, B и C?
2. Назвать множество натуральных чисел, изображения которых лежат: на отрезке AB, внутри отрезка AB (последнее равнозначно словам «между A и B»), на отрезке AC, внутри отрезка AC, на отрезке BC, внутри отрезка BC.
3. Назвать множество натуральных чисел, изображения которых лежат левее точки A, правее точки B и т. д. Если, например, точка B соответствует числовой отметке 9, то на последний вопрос ответ может быть дан так: это множество состоит из чисел 10, 11, 12 и т. д.

Можно также выделить на числовом луче некоторое множество (отметив его точки мелом или магнитными кружками) и поставить ряд задач, формулировки которых содержат слово «принадлежит» (вместо слов «множество чисел» можно использовать равнозначное ему словосочетание «числовое множество»). Полезно, чтобы эти формулировки придумывали сами учащиеся. Заметим, что ответы учащихся могут быть разными. Например, если на шкале прибора отмечено множество {1, 2, 3}, то учащиеся могут охарактеризовать его словами так:

множество первых трех чисел натурального ряда;

множество чисел, меньших числа 4;

множество чисел, не превосходящих числа 3, и т. д.

Можно предложить и решение обратных задач: множество характеризуется словесно, а учащимся предлагается отметить все точки этого множества (мелом или магнитными кружками). Например, можно предложить указать множество четных чисел первого десятка, множество трехзначных чисел первой сотни и т. д. Кроме магнитного прибора «Числовая прямая» целесообразно при изучении темы о множествах использовать аппликации на классной магнитной доске (в качестве которой может служить лист кровельного железа, укрепленный на доске и покрашенный под цвет остальной части доски). Работа может проводиться следующим образом. Учащиеся под руководством учителя вырезают из старых журналов, афиш, плакатов изображения различных предметов (столы, дома, автомобили и т. п.). Эти изображения наклеиваются на плотную бумагу и прикрепляются к доске при помощи маленьких магнитов или магнитной резины[1], приклеиваемой к рисунку с обратной стороны. Это позволяет легко перемещать изображения по доске, составляя различные множества предметов. Количество заданий на упражнения в языке множеств, которые можно предложить учащимся при таком использовании магнитной доски, практически не ограничено.

Отметим, что и при работе с магнитной доской, и при работе с прибором «Числовая прямая» полезно обозначать множества буквами и записывать принадлежность указанных учителем элементов данным множествам, используя знаки $\in$ и $\notin$.

§ 2. ВЫСКАЗЫВАНИЯ (п. 13 учебника).

Всякое предложение, относительно которого можно определенно сказать, истинна или ложна выраженная в нем мысль, считается высказыванием. Вопросительные и восклицательные предложения не являются высказываниями, так как в них ничего не утверждается и не отрицается. Разумеется, и из повествовательных предложений не все являются высказываниями. Верно или неверно высказывание, более того, является ли данное предложение высказыванием, часто зависит от обстановки, в которой это предложение про-

[1] Магнитная резина в виде узких полосок изготовляется заводом резинотехнических изделий (Тула, ул. Смидовича, 22).

изнесено. «Пароход идет к Москве»—не высказывание, пока не уточнено, о каком пароходе и в какой момент это сказано. Как только мы это узнаем, мы сможем оценить, верно ли это предложение, и потому сможем считать его высказыванием (истинным или ложным).

Основным типом заданий является установление истинности или ложности того или иного высказывания. Задача состоит в том, чтобы предъявить учащимся достаточно много высказываний, обсудить вопрос об их истинности. Можно поставить и более трудную задачу: по предложенной тематике составить высказывания, как истинные, так и ложные. Желательно обсудить каждое задание и каждое решение со всем классом.

С помощью учебного оборудования учитель получает возможность предложить большое число вопросов как отдельным учащимся, так и классу в целом. Ввести слово «высказывание» можно, например, с помощью таблицы «Множества».

Во втором аквариуме имеется только одна рыбка. В этом предложении что-то утверждается, высказывается. Поэтому его называют также высказыванием. В данном случае высказывается нечто правильное (так как во втором аквариуме в самом деле изображена только одна рыбка). Поэтому можно сказать, что это высказывание является правильным, верным, истинным.

Затем учитель может привести другой пример высказывания: «В третьем аквариуме имеются 4 рыбки». Это тоже высказывание, но высказывание ложное. Далее можно предложить учащимся самостоятельно составить по материалу таблицы несколько истинных и несколько ложных высказываний.

Аналогично могут быть использованы и аппликации на магнитной доске.

Разнообразный материал для составления высказываний дает электросветовое табло. Вот примеры таких высказываний, ложных или истинных при тех или иных зажженных лампочках:

светящаяся фигура — прямоугольник;

в верхней строке горят две красные лампочки и т. д.

Целесообразно иметь, кроме того, для коллективного обсуждения в классе и несколько готовых высказываний, среди которых есть истинные и ложные. Они могут находиться на доске или на таблице, быть написаны на прозрачном материале для показа с помощью кодоскопа, изготовлены в виде самодельного диапозитива и т. п. Приведем примеры предложений для такой работы.

Отрезок — часть прямой линии.

$3 + 5 > 2.$

$3 \in \{1, 2, 3\}.$

Волга впадает в Черное море.

$1 + 0 = 1.$

Ю. А. Гагарин — первый космонавт.

Можно также предложить составить истинные (или ложные) высказывания из заданного словесного и числового материала. Например: 17, 6, больше; пятерка, двойка, лучше; внук, дедушка, старше.

Наконец, можно предложить заменить звездочки, чтобы получилось верное высказывание:

$35 + * = 38$; $12-12 = *$; $40 + * > 42$; $12 \in \{1, 2, 8, *\}$.

§ 3. ПРЕДЛОЖЕНИЯ С ПЕРЕМЕННОЙ (пп. 15, 16 учебника).

Роль переменной аналогична роли местоимения в языке. Мы не можем сказать, верно ли утверждение «он — писатель», пока неизвестно, о ком идет речь. Если речь идет о Л. Н. Толстом, утверждение верно, а если о М. И. Кутузове — нет. Точно так же можно сказать: «x — писатель». До тех пор пока вместо x не будет подставлено конкретное лицо, нельзя сказать, истинно или ложно это утверждение. Значит, утверждение «x — писатель» нельзя считать высказыванием. После замены буквы x определенным лицом утверждение «x — писатель» становится высказыванием. Таким образом, вместо x можно в это предложение подставить различные значения. Вообще, когда речь идет о некотором предложении, содержащем букву x (или другую переменную), всегда подразумевается некоторое множество, элементы которого могут быть значениями этой переменной. Так, если мы пишем: «$x + 6 = 10$», то явно или неявно подразумеваем, что в это предложение вместо x можно подставить числа:

при $x = 1$ получается высказывание $1 + 6 = 10$,

при $x = \frac{3}{7}$ получается высказывание $\frac{3}{7} + 6 = 10$ и т. д.

Все эти высказывания ложные, неверные. Но сказать, что предложение «$x + 6 = 10$» — неверное высказывание, нельзя, так как оно не является высказыванием.

Фактически предложение с переменной x представляет собой функцию от этой переменной. Но функция эта особая. Ее значениями являются не числа, а слова «истинно», «ложно». Для краткости при записи ответов на вопросы о значениях такой функции целесообразно указывать лишь начальные буквы «И», «Л». Эти обозначения предусматриваются при выполнении заданий № 103—105 ТПО.

Таблицы, приведенные в этих заданиях ТПО, называют таблицами истинности.

Таблицы истинности широко применяются в математической логике. Учащимся они будут полезны и в старших классах, при дальнейшем изучении логических понятий.

Работа по уяснению понятия «переменная» сводится: 1) к выделению множества значений, которыми можно заменить букву (переменную) в заданном предложении, и 2) к выполнению самой операции замены (подстановки) с последующим установлением истинности или ложности получившегося высказывания.

Для проведения этой работы удобно использовать магнитный набор цифр, букв и знаков. Например, учитель набирает на магнитной доске надписи:

$$x + 5 = 8.$$

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Учащимся предлагается произвести подстановку значений x из множества A и выяснить, в каких случаях получаются верные, а в каких случаях — неверные высказывания. При этом ученик буквально б е р е т значения переменной из данного множества и буквально з а м е н я е т ими переменную x в равенстве $x + 5 = 8$.

Затем учитель может, оставив магнитную надпись $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, заменить предложение «$x + 5 = 8$» предложением «x — четное число», причем x следует оставить магнитной буквой, чтобы удобно было производить замену, а остальную часть можно написать на доске мелом (или заранее заготовить листок бумаги с соответствующей надписью, чтобы прикрепить его к доске магнитами). С этим предложением проводится аналогичная работа, т. е. буква x последовательно замещается элементами множества A и каждый раз решается вопрос об истинности или ложности получающегося высказывания.

Для проведения такой работы можно также использовать кодоскоп. В этом случае буквы и цифры вырезаются из бумаги или цветного целлофана, так что их легко будет перемещать по освещенному полю кодоскопа, замещать букву x цифрами и т. д.

§ 4. ВЫРАЖЕНИЕ (пп. 17, 18, 37, 40 учебника).

Впервые вводимое понятие выражения изучается затем на протяжении всего школьного курса алгебры. Например, в VIII классе будут введены такие выражения, как $\lg x$ и $\operatorname{tg} x$.

Определение понятия выражения на материале IV класса можно дать так:

«Всякое число и всякая переменная считаются выражениями; если a и b — выражения, то $a + b$, $a - b$, ab, $a : b$ или $\frac{a}{b}$ — также выражения». При этом, если нужно, используются скобки для обозначения порядка действий; например, если $a = pq + 3$, $b = 3q - 1$, то выражение ab записывается в виде $(pq + 3)(3q - 1)$. Если выражение содержит переменные, оно так и называется — выражение с переменными. Выражение, не содержащее переменных, называется числовым выражением.

Например, по этому определению $2 + 15 \cdot 3$ — числовое выражение. В самом деле, 2,15 и 3 — числа, а значит, выражения. Поскольку 15 и 3 — выражения, то $15 \cdot 3$ — выражение. Поскольку 2 и $15 \cdot 3$ — выражения, то $2 + 15 \cdot 3$ — также выражение. Выражение $2 + 15 \cdot 3$ не содержит переменных, значит, это — числовое выражение.

Подчеркнем, что выражения в IV классе получаются из чисел и букв, выражающих переменные, при помощи последовательного составления сумм, разностей, произведений и частных (с другими выражениями, например $|x|$, $-a$, $\sin(x+3)$, 2^5, $\lg x$ и т. д., учащиеся познакомятся позже). Если же какая-либо запись не может быть получена таким образом, то она не является выражением. Например, запись $2 + - + 5$ не является выражением (она не может быть получена из чисел последовательным составлением сумм, разностей и т. д.). По той же причине не являются выражениями такие вполне осмысленные записи, как $8 > 5$, $7 \neq 3$, $3 \in N$, $x + 5 = 18$ и т. п.

Для числовых выражений вводится понятие числового значения. Проведя указанные в нем действия над числами (в указанном порядке), мы получим число — результат выполнения всех этих действий. Это число называется числовым значением данного выражения. Например, числовым значением выражения $2 + 15 \cdot 3$ является число 47. (Числовым значением выражения, состоящего из одного числа, считается само это число; так, можно считать, что 2 — выражение с числовым значением 2.) Отметим, что записи вроде $\frac{3}{0}$ или $\frac{27}{80-16 \cdot 5}$ также считаются выражениями, но числового значения эти выражения не имеют.

Не все упомянутые сведения содержатся в учебнике для IV класса: здесь не вводится формальное определение выражения, отсутствуют упоминания о существовании выражений, не имеющих числовых значений $\left(\frac{5}{0}, 2-7 \text{ и т. п.}\right)$; наконец, не говорится о выражениях, состоящих из одного числа (или буквы). Понятие выражения вводится на примерах, и основной упор делается на отработку порядка действий (этот материал известен ученикам из начальной школы), на осуществление подстановок, т. е. на вычисление значений выражения с переменными при данных значениях переменных, на упрощение выражений с переменными и на работу с формулами (п. 73 учебника).

Программой не предусматривается, чтобы учащиеся могли обоснованно отвечать, какие из записей считаются выражениями, а какие — нет. Однако учителю ясное понимание этого вопроса необходимо.

Основные типы заданий при работе с числовыми выражениями:

1) установить порядок действий в данном выражении и
2) найти числовое значение выражения.

Учащиеся должны иметь (на основе знаний, полученных в младших классах) представление о порядке выполнения действий в числовом выражении. Здесь предполагается повторить этот материал и добиться того, чтобы учащиеся быстро и безошибочно определяли, какое действие выполняется первым, какие — после него, какое действие выполняется последним.

Необходимо предъявить учащимся большое число различных числовых выражений, с тем чтобы они, не выполняя действий, указывали их порядок. Разумеется, можно написать требуемые для этой работы выражения мелом на доске. Однако удобнее воспользоваться заранее подготовленными материалами (например, учитель может дома написать на прозрачном материале ряд числовых выражений и в нужный момент предъявить их с помощью кодоскопа). Можно также воспользоваться для этой цели магнитным набором цифр, букв и знаков. В этом случае учитель набирает на магнитной доске числовое выражение, а вызванный ученик укрепляет над знаками действий цифры, обозначающие порядок действий.

Очень полезно заменить один знак действия другим (скажем, заменить « + » на « · ») и обсудить, как при этом изменяется порядок выполнения действий.

Материал для обсуждения можно взять, например, из заданий № 107—109 ТПО.

Можно предложить еще один вариант использования магнитной доски. Учитель заготавливает 10 отдельных картонок с надписями:

$$a,\ a+b,\ a-b,\ a\cdot b,\ a:b,\ c,\ c+d,\ c-d,\ c\cdot d,\ c:d.$$

На оборотной стороне каждой картонки приклеивается небольшой магнит (или кусочек магнитной резины). Выбрав теперь любые две из этих картонок, учитель укрепляет их на доске, помещая между ними один из знаков действий: « + », « — », « · », « : ». Такой набор позволяет получить большое количество упражнений с выражениями. Этот же набор можно систематически использовать для быстрого, эффективного повторения.

После выполнения нескольких упражнений с числовыми выражениями (в частности, на нахождение значения выражений) учащиеся привыкают отождествлять выражение и его значение, т. е. считают, например, что $3 \cdot 2 + 7$ и 13—это «одно и то же». Иными словами, учащиеся привыкают смотреть на числовое выражение как на число. Такой взгляд вполне соответствует установкам программы и учебника.

Поэтому термины «одно выражение больше другого», «одно выражение равно другому» понимаются учащимися в том смысле, что «одно число больше другого», «одно число равно другому». Иными словами, эти термины ничего нового для учащихся не содержат, и нужно лишь приучить их правильно применять эти термины в устной и письменной речи.

Для этого необходимо провести в классе коллективную беседу, в ходе которой учащиеся должны отвечать на вопросы, какое выражение больше, какое — меньше, какие выражения равны друг другу и т. д. Для проведения такой беседы учитель должен проделать с классом ряд упражнений на доске или на экране. Например, можно показать учащимся следующие данные:

$$a = 3 \cdot 7 + 5, \qquad b = 2 \cdot 3, \qquad c = 3 + 15 : 5.$$

1) $a > b$;	4) $a > c$;	7) $b > c$;
2) $a < b$;	5) $a < c$;	8) $b < c$;
3) $a = b$;	6) $a = c$;	9) $b = c$

(которые можно, например, заготовить на прозрачном материале для демонстрации с помощью кодоскопа), а затем предложить им найти значение каждого из выражений a, b, c и указать, какие из высказываний 1—9 истинны (истинные высказывания следует прочесть словами: «Выражение $3 \cdot 7 + 5$ больше выражения $2 \cdot 3$» и т. д.).

При изучении выражений с переменными основными типами заданий являются: 1) подстановка числовых значений переменных и вычисление значений получающихся при этом числовых выражений, 2) составление выражений с переменной по условиям задачи.

Задания первого типа (подстановка) эффективно выполняются при использовании магнитного набора цифр, букв и знаков. Ученик «вынимает» букву из набранного выражения и ставит на ее место число.

Задания второго типа имеют своей целью создание навыков перевода условий задачи на алгебраический язык. По существу, речь идет об овладении первоначальными навыками установления функциональных связей между величинами. Учащиеся уже знают, что если известны, например, путь и время, то для нахождения скорости надо произвести деление, что если известна цена единицы товара и количество товара, то для нахождения стоимости всего товара надо произвести умножение; знают, что если одно число больше другого на известное число единиц, то для нахождения большего числа надо произвести сложение и т. д. Здесь предполагается распространить использование уже известных учащимся функциональных связей на решение задач, содержащих не только числовые, но и буквенные данные.

Таблица «Множества» позволяет организовать коллективный «перевод» на язык алгебры и с языка алгебры.

Приведем в качестве примера несколько вопросов, которые могут быть заданы при работе с этой таблицей:

1. Если добавить еще m аквариумов, то сколько аквариумов будет на рисунке?

2. В левом аквариуме x рыбок. Вынули 3 рыбки. Сколько рыбок осталось? А если вынуть a рыбок? Если затем увеличить число рыбок вдвое?

Аналогичную работу учитель может вести не только по этой таблице, но и с кадрами диафильмов, магнитными аппликациями, с любыми оказавшимися под рукой предметами. Например, можно положить на стол стопку из трех книг, написав на доске, что в верхней книге a страниц, в нижней — b страниц, в средней — 100 страниц, и составлять выражения, предлагая задачи, аналогичные приведенным.

Изучение п. 37 можно построить на повторении материала о выражениях. Цель этого повторения — выяснение возможности упростить запись, опуская знак умножения. Предъявляя классу уже известные примеры, учитель спрашивает, в каких из них можно опустить знак умножения и почему.

Важным средством обучения служит здесь магнитный набор букв, цифр и знаков. Составляя выражение с помощью этого набора, учитель обсуждает с классом возможность изъятия того или иного знака действий. Обсуждаемый знак подчеркивается мелом. Тот знак, относительно которого доказано, что его можно убрать из записи (если это знак умножения, стоящий перед буквенным множителем), снимается.

Очень полезно, проделав такую работу над выражением, продолжить ее следующим образом: попросить подставить указанные значения входящих в выражение переменных. При этом буквенные множители исчезают, заменяются на числовые и все изъятые знаки умножения приходится возвращать на свои места. Как видно, при таком изучении данный материал является прекрасным средством повторения буквально всех изученных в IV классе вопросов, связанных с выражениями.

Упрощение выражений (п. 40) связано с пониманием записей вроде $4x$, $15y$, z как произведений $4 \cdot x$, $15 \cdot y$, $1 \cdot z$. Все недоумения учащихся при приведении подобных (о котором только и идет речь в этом пункте) основаны на непонимании именно этого. Отсюда вывод: если учащийся затрудняется упростить выражение $a + 58a + 3a$, следует вначале переписать его в виде $1 \cdot a + 58 \cdot a + 3 \cdot a$, а затем уже настаивать на преобразовании в $(1 + 58 + 3)\,a$. Для этого можно использовать магнитный набор цифр, букв и знаков, а также кодоскоп.

§ 5. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ И ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ (п. 28 учебника).

Пересечение и объединение множеств рассматриваются лишь на примере геометрических фигур. Однако полезно иметь в виду, что теория множеств пользуется этим материалом для наглядного изображения операций над множествами (так называемые диаграммы Эйлера — Венна).

Среди изображений пересечения и объединения множеств должны быть и изученные учащимися геометрические фигуры (плоскость, прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг), и фигуры, не имеющие особых наименований (о них в этих случаях говорят: «множество A», «фигура B» и т. д.). При изложении данного вопроса нужно иметь возможность быстро построить необходимое изображение. Легче всего это осуществить на кодоскопе. Вырезав из разноцветной прозрачной пленки элементы указанных изображений — отдельные фигуры, в том числе плоскости и полуплоскости, учитель накладывает их друг на друга в нужном порядке. Указывая затем ту или иную точку, учитель спрашивает, принадлежит ли она одному из множеств, обоим множествам, их пересечению, их объединению.

Весьма полезно при преподавании этой темы электросветовое табло. При демонстрациях удобно использовать все три цвета. Включив одно множество красным цветом, а другое—зеленым, можно включать то одну, то другую белую лампу и спрашивать, принадлежит ли указываемый ею элемент пересечению или объединению данных множеств.

§ 6. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ (пп. 19, 20, 73 учебника).

Учащиеся решают уравнения с I класса. Уравнения будут также изучаться не только в IV классе, но и в последующих классах. Поэтому особенно важно очертить тот круг знаний, который формируется по этой теме в IV классе. Основной круг сведений, относящихся к IV классу: определение уравнения, понятие корня уравнения, уточнение понятия о решении уравнения; все эти вопросы рассматриваются в связи с введенными в IV классе множествами и высказываниями.

Уравнение определяется в IV классе как равенство с переменной. Учитель должен иметь в виду, что в старших классах помимо уравнений появятся и другие равенства с переменными, а именно тождества. Поэтому в учебнике IV класса определение уравнения сразу же связывается с задачей р е ш е н и я уравнения, т. е. с задачей о нахождении его корней. Таким образом, когда речь идет об уравнении, то подразумевается, что ставится вопрос о решении этого уравнения. Иначе говоря, хотя в IV классе не сопоставляются уравнения и тождества, каждый раз при рассмотрении равенства с переменной подразумевается вопрос (даже если это явно не сказано) о нахождении тех значений переменной, при подстановке которых это равенство превращается в истинное высказывание.

При подстановке любого числового значения вместо переменной уравнение превращается либо в истинное высказывание (и тогда подставленное числовое значение является корнем уравнения), либо в ложное высказывание. Этим обеспечивается связь изучаемой темы с введенным в IV классе понятием высказывания. Далее, решение уравнения есть задача нахождения множества всех его корней. Этим обеспечивается связь с понятием множества.

Аналогично дело обстоит с неравенствами. Знаки неравенства $<$ и $>$ и их использование для написания числовых неравенств ($2<3$, $0<5$, $7>4$) учащимся уже известны. Здесь впервые учащиеся сталкиваются с неравенствами, содержащими переменную. При подстановке того или иного числа вместо переменной получается либо истинное высказывание (и тогда это число — решение неравенства), либо ложное высказывание. Как и при решении уравнений, целью решения неравенства является отыскание множества всех решений, т. е. значений переменной, превращающих неравенство в истинное высказывание.

Таким образом, и знакомство с неравенствами в IV классе должно прежде всего обеспечить связь с понятиями высказывания и множества, вводимыми в IV классе.

К тому времени, когда вводятся понятия уравнения и неравенства, учащиеся уже знакомы не только с целыми положительными числами, но и с положительными дробями. Поэтому среди числовых значений, которые подставляются вместо переменной в уравнения и неравенства, должны быть не только целые, но и дробные числа.

При изучении в IV классе свойств дробных чисел (сложение дробей, умножение дроби на целое число и т. п.) целесообразно возвращаться к решению уравнений и неравенств, повторяя этот важный материал в связи с каждой вновь введенной операцией. Например, после знакомства со сложением дробей могут быть предложены уравнения и неравенства вида $x+\frac{3}{11}=\frac{7}{11}$, $x+\frac{3}{11}<\frac{7}{11}$ и т. п. (учащиеся умеют складывать лишь дроби с одинаковыми знаменателями; поэтому необходимо указывать, из какого множества следует брать числовые значения для подстановки их вместо переменной).

К тому же кругу вопросов относится изучение формул.

Действительно, если формула содержит несколько переменных и по условию задачи нам известны все значения переменных, кроме одного, значение которого требуется найти, то после подстановки известных нам значений в формулу она превращается в у р а в н е н и е относительно оставшегося переменного. Например, если в формуле пути равномерного движения $s=v\cdot t$ известно, что $s=200$ км, $v=25$ км в час, и нужно найти t, то после подстановки получаем уравнение $200=25\cdot t$, позволяющее определить время движения t (в часах).

Понятие уравнения в IV классе вводится с помощью определения, ближайшим родовым понятием которого является равенство, а видовым отличием — наличие переменной. Следовательно, среди заданий, с помощью которых организуется усвоение понятия уравнения, должны быть задания на распознавание уравнений (отделение уравнение от неуравнений).

О важности таких типов заданий свидетельствует тот факт, что учащиеся, с которыми не решались специально задания указанных типов, нередко допускают ошибки при составлении уравнений по условию задач, не понимают, к чему следует стремиться, составляя уравнение, и т. п.

Можно считать, что для установления факта принадлежности к понятию уравнения достаточно 1) установить, что рассматривается р а в е н с т в о и 2) это равенство содержит п е р е м е н н у ю. Таким образом, здесь мы имеем конъюнктивное определение (два свойства соединены логическим союзом «и»), весьма характерное по своей структуре для школьного курса математики. А так как оно встречается в самом начале курса IV класса, чрезвычайно важно в ходе знакомства с ним дать общее представление о способе оперирования аналогичными определениями.

Для отработки определения целесообразно предъявить учащимся следующий текст, который можно написать на доске, показать с помощью кодоскопа, самодельной таблицы и т. п.:

Уравнением называется
равенство (1)
с переменной (2).

Теперь можно предъявить учащимся записи типа $5 + 3$, $a + 5$, $5 + 3 > 8$, $a + 5 > 5$ и спросить, почему их нельзя назвать уравнениями. Учащиеся должны отвечать, что ни одна из этих записей не является равенством. При этом они должны ссылаться на пункт (1) определения. Затем им можно предъявить записи вида $5 + 3 = 8$, $2 + 7 = 12$ и т. п. Учащиеся должны отвечать, что это тоже не уравнения: хотя эти записи являются равенствами, они не содержат переменных. Наконец, учитель может предъявить равенства с переменными, т. е. уравнения, например: $3 + a = a + 7$, $x + 5 = 12$, $2x + 2 = 6$ и т. п.

Целесообразно и в дальнейшем постоянно возвращаться к вопросу о том, почему полученная при решении текстовой задачи запись является уравнением.

Наиболее важным типом заданий, обеспечивающих усвоение уравнений (неравенств) в курсе IV класса, является подстановка конкретных числовых значений и установление истинности или ложности получаемых высказываний, а также отыскание множества в с е х корней уравнения (или решений неравенства). Для реализации этого типа заданий в условиях фронтальной работы наиболее удобен магнитный набор цифр, букв и знаков. Решения неравенств целесообразно иллюстрировать с помощью прибора «Числовая прямая».

Например, учитель предъявляет классу конкретное неравенство и предлагает, перебирая несколько первых натуральных чисел, найти, пользуясь определением, какие из них служат решением данного неравенства. Как только установлено, что число является решением, его отмечают точкой (цветным магнитным кружком) на бесконечной шкале, пользуясь прибором «Числовая прямая». После этого следует вывод: множество натуральных решений данного неравенства состоит из таких-то чисел. Это множество решений полезно записать с помощью фигурных скобок или знака пустого множества, использовав для этого (как и для записи самих уравнений или неравенств) магнитный набор цифр, букв и знаков. Начать такую работу можно, например, с решения неравенства $4 - x > 2$, так как множество его решений непусто и в то же время конечно. Затем можно предложить ряд других неравенств, например: $x + 2 < 2$, $x + 2 < x + 1$ (для них множество решений пусто), $x - 3 > 2$, $3 \cdot x > 8$ (для них множество решений бесконечно, но не совпадает с множеством всех натуральных чисел), $x + 1 > x$ (для которого множество решений состоит из всех натуральных чисел).

При составлении (для решения текстовых задач) уравнений может быть использован прибор «Весы», а также серия диапозитивов «Задачи на составление уравнений. Весы». Например, диапозитив 15 (пустые весы) учитель может спроецировать на классную доску, после чего нарисовать мелом на чашках весов взвешиваемые предметы и гири. Еще лучше, если проекция осуществляется на магнитную доску. В этом случае можно заранее вырезать из картона фигурки предметов и гирь, приклеив к ним с обратной стороны керамические магниты или полоски магнитной резины, что позволит укреплять эти фигурки на доске.

Аналогичным образом используется разрезная таблица «Весы», которая может использоваться параллельно с диапозитивами описанной серии или полностью заменить их. Первый лист таблицы «Весы» разрезается по пунктирным линиям, что позволяет отдельно демонстрировать три различных положения весов. При решении уравнений используются весы в равновесии. Два других изображения используются при решении неравенств. Вырезанные изображения можно наклеить на картон и снабдить магнитными держателями; получится подвижный прибор. Заметим, что при отсутствии готовых таблиц такой прибор легко изготовить самостоятельно.

Второй способ использования этих листов состоит в том, что весы на картон не наклеиваются, а укрепляются (четырьмя магнитами по углам) на магнитной доске. Гири и товары также укрепляются наложением маленьких магнитов.

§ 7. ШКАЛЫ И ДИАГРАММЫ (пп. 4, 7, 68 учебника).

Вопрос о шкалах изучается в связи с геометрической интерпретацией чисел. Поэтому обучение должно быть построено так, чтобы рассмотрение конкретных шкал оказалось наглядным средством изучения абстрактного понятия «числовой луч». Кроме того, рассмотрение шкал связано с важным вопросом об измерении величин (длин, масс, температур и т. п.).

Шкала служит моделью числового луча, так как каждой ее точке соответствует определенное число. На этом этапе на шкалах изображаются не все действительные числа, а лишь неотрицательные рациональные числа, однако нужно готовить учащихся к представлению о плотности и непрерывности числового луча. О том, что каждой точке числового луча соответствует некоторое число (рациональное или иррациональное), учащиеся узнают впоследствии.

Прежде всего, в теме «Шкалы» необходимо показать возможность изображения чисел точками и научить четвероклассников «читать» шкалы. Ученик должен уметь показать точку, изображающую (на оцифрованной шкале) данное число; назвать число, соответствующее указанной учителем точке; он должен также уметь оцифровать шкалу, если числовые отметки проставлены только у двух штрихов, например у начального и следующего за ним.

На шкале может не оказаться того или иного числа. Произойти это может по нескольким причинам:

а) на шкале имеется неоцифрованный штрих;

б) число больше наибольшей числовой отметки, имеющейся на шкале;

в) число не кратно цене деления и поэтому находится между штрихами.

Ученик должен в любом из этих случаев понимать, что тем не менее взятому числу соответствует определенная точка (быть может получающаяся при продолжении шкалы, как это имеет место в случае б), но при этом нужно принимать во внимание назначение шкалы: не имеет смысла продолжать шкалу медицинского градусника.

Ознакомление учащихся с темой «Шкалы» можно начать с показа различных известных четвероклассникам демонстрационных приборов: линейки (например, деревянного метра), термометра, пружинных весов и других приборов со шкалами. Демонстрируя их, важно подчеркнуть, что с помощью числовых отметок, имеющихся на шкале, можно по положению стрелки прибора судить о численном значении той или иной измеряемой величины: массы тела, температуры, длины и т. п. Здесь же можно начать знакомство с изображением чисел точками: учитель показывает оцифрованные штрихи шкал на линейке, термометре, весах и предлагает прочесть показание.

Фронтальное выполнение ряда дальнейших упражнений можно организовать с помощью прибора «Шкалы» и таблицы «Шкалы».

Приведем примеры упражнений, которые целесообразно рассмотреть с помощью прибора:

1. Нахождение пределов измерения (показания) величин на приборе. (Например, можно ли определить массу автомобиля «Волга» на весах с данной шкалой?)

2. Нахождение цены деления шкалы. (Отрезок шкалы термометра от 0 до 10° разбит на 2 равные части. Какому изменению температуры соответствует подъем столбика жидкости на одно деление?)

3. Определение показания прибора. (Учитель устанавливает ленту на приборе в некоторое положение и задает вопросы: какую

температуру показывает термометр? Какова масса товара? Какова длина данного отрезка?)

4. Оцифровка шкалы. (Поставить числа против каждого штриха или только против больших штрихов на шкале при условии, что, например, третий штрих, считая от нулевой отметки, соответствует числу 6.)

Таблица «Шкалы»— рабочая. Заметим, что на шкале термометра указаны и отрицательные температуры. Учитель пока еще не может пользоваться отрицательными числами в явном виде; вместо этого можно говорить о «градусах мороза». Из темы об измерении величин к IV классу относится, прежде всего, измерение длин отрезков. На таблице представлено несколько отрезков, длины которых можно измерять, совмещая ножки циркуля с концами отрезка и прикладывая затем циркуль к метровой шкале (разумеется, так, чтобы не портить циркулем таблицу). Так же можно сравнивать отрезки. При желании учитель может дополнить таблицу, приделав к весам и спидометру стрелки; устанавливая стрелки в разных положениях, можно предложить учащимся называть показания прибора или, назвав показание, предложить поставить стрелку в нужное положение (например, можно наложить таблицу на магнитную доску, укрепив ее по углам четырьмя магнитами, а к стрелке подклеить с обратной стороны керамический магнит или полоску магнитной резины; это позволит перемещать стрелку по шкале прибора, изображенного на таблице.)

После того как учащиеся познакомились с принципом обозначения чисел точками и понятием «луч», вводится понятие числового луча как *бесконечной шкалы, на которой может быть изображено* точкой любое натуральное число. При этом способ изображения чисел точками, оцифровка шкалы, навыки отыскания точек, соответствующих указанным числам, а также обратная задача (отыскание чисел, соответствующих указанным точкам) должны быть ко времени изучения данного вопроса достаточно отработаны. Задача учителя — подвести учащихся к выводу, что при рассмотрении бесконечной шкалы на луче появляется возможность не учитывать длину шкалы и отмечать на шкале (во всяком случае теоретически) сколь угодно большие числа. Для первоначального знакомства с этим вопросом целесообразно использовать кадры 10, 13—15 диафильма «Изображение чисел фигурами».

Отработка понятия «бесконечная шкала» (числовой луч) может проходить и по изображению настенной таблицы «Прямая. Луч. Отрезок».

Различные задания, связанные с оцифровкой шкалы, с выбором единичного отрезка и т. д., могут быть предложены четвероклассникам по оттискам резиновых штемпелей «Числовой луч. Единичный отрезок 1 см» и «Числовой луч. Единичный отрезок 0,5 см».

Одной из разновидностей шкал, наглядно иллюстрирующих соотношение величин при помощи разнообразных изобразительных средств, являются диаграммы.

Наглядность диаграмм, заключающаяся в точной (изоморфной) передаче отношения между сравниваемыми величинами и в простоте зрительного восприятия этого отношения, обусловила широту их использования в средствах массовой наглядной агитации, на телевидении, в газетах, специальной и научно-популярной литературе.

Математические круговые диаграммы, изучаемые в IV классе, соответствуют шкалам, нанесенным, однако, не на числовом луче, а на о к р у ж н о с т и. Наиболее важной особенностью таких шкал (и круговых диаграмм) является их к о н е ч н о с т ь: длина окружности (или чаще площадь круга) соответствует некоторой конечной величине, причем измерению и изображению на диаграмме подлежат лишь ч а с т и этой величины. Указанная величина (величина суток, площадь Мирового океана и т. п.) изображается полным кругом, а ее части — секторами, площади которых пропорциональны рассматриваемым частям. Конечность площади Мирового океана делает числовой луч менее пригодным для изображения на шкале частей Мирового океана (точкам, расположенным правее той точки, которая на луче соответствовала бы площади всего Мирового океана, не отвечали бы никакие реальные величины).

Этой же цели (указанию величин частей некоторого единого целого) служат также проценты. Если, например, площадь Мирового океана принять за 100%, то площадь Тихого океана составит примерно 49,7%, площадь Атлантического океана — примерно 25,8% и т. д.

Поэтому изучение круговых диаграмм естественно связывается не только с темой «Шкалы», но и с темой о процентах.

Изучение круговых диаграмм в IV классе помимо познавательной ценности имеет задачу закрепления приобретенных ранее сведений о работе с транспортиром.

Ряд упражнений, связанных с чтением диаграмм и их изготовлением, учитель может найти в диафильмах «Изображение чисел фигурами» (кадр 8) и «Диаграммы» (кадры 26 — 33).

В случае, если целая величина делится лишь на две части, для наглядного показа соответствующей круговой диаграммы удобно использовать демонстрационный прибор «Углы и их виды».

Нетрудно также изготовить простые пособия, иллюстрирующие круговые диаграммы, для показа с помощью кодоскопа. Например, можно вырезать из лавсановой пленки различных цветов несколько секторов одного радиуса и различной площади и укладывать их внутри одного круга, контур которого (окружность) изображен на прозрачном листе.

Для той же цели можно использовать разрезной материал «Доли и дроби».

Большое число разнообразных заданий, связанных с построением каждым учащимся круговых диаграмм, можно предложить по закрашиванию цветными карандашами оттисков резиновых штемпелей «Окружность, разделенная на 12 частей» и «Окружность, разделенная на 36 частей».

§ 8. ЧИСЛА И ИХ ОБОЗНАЧЕНИЕ (пп. 1, 2, 23, 48, 49, 52, 53, 55, 67, 76 учебника).

В начальной школе дети познакомились с десятичной системой счисления, т. е. усвоили, что для записи, например, 8 сотен цифра 8 должна стоять на третьем справа месте, для записи числа, в 10 раз большего, ее надо сдвинуть влево на одно место, а для записи числа, в 10 раз меньшего, — вправо на одно место. Разумеется, это не исключает необходимости разъяснять, как читаются десятичные дроби, каким образом следует переходить от одной формы записи дробей к другой. Да и самое утверждение, что каждый разряд десятичной дроби имеет в 10 раз меньшую «цену», чем соседний слева, требует специальной отработки. Учебное оборудование должно предоставить учителю возможность предъявлять учащимся большие числа (вплоть до нескольких миллиардов) и десятичные дроби.

Новым обозначением для сотой части величины является слово «процент». Поэтому основным типом заданий здесь является «перевод» обозначения «процент» (переход к сотой части величины) и, наоборот, переход от сотых частей к слову «процент».

Первоначальное знакомство с обыкновенными дробями происходит в настоящее время в начальной школе. В IV классе знания, полученные в начальной школе, лишь систематизируются. При этом основное внимание уделяется точке зрения на дробь как на результат измерения с помощью некоторой мерки, имеющей длину, меньшую единицы. Это проявляется прежде всего в том, что на протяжении всего IV класса рассматриваются лишь обыкновенные дроби с одинаковыми знаменателями. Таким образом, смысл дробей $\frac{3}{17}, \frac{5}{17}, \frac{21}{17}$ для учащихся прежде всего в том, что за единицу измерения принята семнадцатая часть единицы и эта новая единица (мерка) отложилась в измеряемой величине 3, 5, 21 раз. Следовательно, необходимо иметь учебное оборудование, позволяющее осуществлять измерения с помощью указанных учителем мерок. При этом учащиеся должны видеть, какое число получилось в результате измерения: меньшее единицы (правильная дробь), большее или равное единице (неправильная дробь).

Понятие измерения с помощью различных мерок лежит и в основе понимания метрической системы мер. Главным здесь является не заучивание, сколько в метре содержится дециметров, в килограмме — граммов и т. п., а понимание того, что одна единица измерения больше или меньше другой единицы измерения той же величины в 10, 100, 1000 раз и т. д.

Покажем в качестве примера, каким образом может быть доведена до учащихся идея измерения с помощью различных мерок приборами «Числовая прямая» и «Доли и дроби». Учитель сообщает, что длина пути между пунктами *А* и *В* равна 6 км, и предлагает определить, какую часть пути AB составляет путь в 1 км, 2 км, 3 км, 5 км. С этой целью учитель обозначает на числовой прямой пункты A и B, используя магнитный набор цифр, букв и знаков; удобно выбрать точки A и B так, чтобы отрезок AB оказался разделенным отметками числовой прямой на 6 частей. Затем учитель предлагает установить, какую часть пути составляют указанные расстояния. Учащиеся пересчитывают, сколько укладывается мерок (отрезков, составляющих $\frac{1}{6}$ пути) в отрезке, изображающем путь в 2 км, 3 км и т. д. Аналогично может быть установлено, например, что путь в 7 км составляет $\frac{7}{6}$ длины пути между пунктами A и B, а путь в 6 км составляет $\frac{6}{6}$ пути AB.

Обыкновенная дробь получается не только как результат измерения меркой, более мелкой, чем единица измерения, но также и при делении одного натурального числа на другое.

Из курса начальной школы учащиеся знают, что в множестве натуральных чисел операция деления выполнима не всегда. Введение дробных чисел позволяет сделать эту операцию всегда выполнимой. Достигается это в IV классе на основе расширения известного учащимся запаса чисел. Если в множестве натуральных чисел не существует частного от деления числа a на число b, то результат этого деления отождествляют с дробным числом $\frac{a}{b}$.

Покажем, каким образом с помощью прибора «Доли и дроби» можно пояснить деление числа 2 на число 3.

Учитель демонстрирует учащимся два круга, разделенных на три части. Ставится, например, задача разделить два яблока или, как в учебнике, две шоколадки (схематично изображенные кругами) между тремя детьми. В соответствии с материалом учебника учитель говорит, что решение этой задачи можно получить следующим образом.

Первое яблоко делится на три части,и каждый из детей получает одну треть. То же производится со вторым яблоком. При этом учитель снимает с прибора третьи части и раскладывает их на три кучки, по числу детей. После этого учитель демонстрирует на приборе, что в результате каждый из детей получает две третьих части одного яблока, и делает вывод, что $2 : 3 = \frac{2}{3}$.

Тот же прибор может быть применен для показа равенства дробей; например, можно на двух расположенных рядом кругах «набрать» дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{6}$ и убедиться, что заполняется одинаковая часть круга.

Для демонстрации этого равенства дробей можно также использовать прибор «Числовая прямая». Приняв за единицу отрезок, разделенный на 6 частей, легко убедиться, что, например, дроби $\frac{2}{3}$

и $\frac{4}{6}$ изображаются одним и тем же отрезком. Аналогичная работа может быть проведена по настенной таблице «Обыкновенные дроби», а также с помощью кадров 16—21 диафильма «Доли величины. Дроби».

Организовать такую же работу в тетрадях учащихся можно с помощью штемпелей, сделав, например, оттиски штемпелем «Окружность, разделенная на 12 частей» или «Окружность, разделенная на 36 частей», или «Палетка 1×1».

В рабочих тетрадях или на отдельных листочках, на которых сделан такой оттиск штемпелем, учитель может предложить четвероклассникам закрасить или вырезать указанную часть величины. В этом отношении особенно удобен резиновый штемпель «Палетка 1×1», так как получаемый с его помощью оттиск имеет 60 клеточек (6×10) и, следовательно, позволяет интерпретировать достаточно большое число дробей (со знаменателями 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60).

Отработка навыка записи многозначных чисел под диктовку учителя может осуществляться четвероклассниками по оттиску резинового штемпеля «Таблица классов и разрядов». Например, учитель (или кто-либо из учеников) делает в рабочей тетради каждого учащегося несколько оттисков этим штемпелем. Классу может быть предложено:

1) вписать названия классов;
2) вписать названия разрядов;
3) имея вписанные названия классов и разрядов, записать под диктовку учителя многозначное число

Для этой же цели может быть использован диапозитив 2 серии «Десятичные дроби».

При отработке всех рассмотренных вопросов можно также широко использовать кодоскоп. С его помощью предъявляются различные числа для тренировки в их чтении; круги, разделенные на некоторое число частей, палетки и т. п. Например, можно предъявить квадраты 10×10, в которых заштрихована та или иная часть, и предложить обозначить указанную часть обыкновенной или десятичной дробью, процентами. Если незаштрихованный квадрат спроецирован на доску, можно предложить выделить части, соответствующие дробям (или процентам), которые указывает учитель.

§ 9. УПОРЯДОЧЕННОСТЬ МНОЖЕСТВА ЧИСЕЛ (пп. 12, 22, 25, 27, 54, 60 учебника).

Методист и преподаватель математики должны четко представлять себе, в чем состоит задача школьного курса математики, какие идеи и навыки должен получить учащийся в результате изучения этого курса. Задача школьного обучения состоит не только в получении вычислительных и оперативных навыков, но (что, может быть, более существенно) и в овладении определенным кругом общих представлений и идей, которые позволят будущим выпускникам школы применять математику в различных производственных и жизненных ситуациях. Важность этих общих идей и представлений становится понятной, если учесть быстрое развитие вычислительной электронной техники (в том числе и портативной), благодаря которому производственники все более освобождаются от вычислительной работы и на первый план выступают порядок выполнения расчетов, схемы вычислений, возможность применения математических понятий к определенной группе расчетов и т. п. Короче, математические идеи приобретают основное значение, в то время как роль вычислительных навыков постепенно снижается.

Числовые множества, изучаемые в школе (в частности, рациональные числа, а впоследствии действительные числа), являются с точки зрения современной математики носителями трех основных математических концепций, которыми являются *алгебра* (совокупность действий над числами и их свойств), *порядок* (выражающийся в наличии неравенств) и *топология* (предел, непрерывность и связанные с ними понятия).

Изучение неравенств и других связанных с ними вопросов в IV классе следует рассматривать как подготовку весьма важной в идейном плане темы об упорядоченности числового множества. Эта тема будет продолжаться и в последующих классах; в частности, в VI классе отношение порядка будет рассматриваться как один из примеров отношения (бинарного) в числовом множестве. Роль курса IV класса в этом плане подготовительная и в то же время весьма важная.

Прежде всего учащиеся должны связать имеющиеся у них первоначальные представления типа «меньше — больше» с определением числового неравенства и с графической интерпретацией неравенств. Эта геометрическая интерпретация состоит в том, что большее число изображается на шкале точкой, расположенной правее. Эта наглядная интерпретация будет важна и в последующих классах (например, «увидеть» неравенство $-3 < -2$ на числовой прямой легче, чем с помощью непосредственного применения определения или свойств неравенств). Весьма существенно, что эта же наглядная геометрическая интерпретация неравенств (больше$\Longleftrightarrow$правее) сохранится впоследствии и для действительных чисел. Все это показывает большую важность изучения этих вопросов в IV классе.

В IV классе кроме уже известных учащимся знаков неравенства ($>$ и $<$) вводятся новые знаки $\leqslant$ и $\geqslant$. Первый из них ставится между числами a и b, если истинно одно из двух высказываний: $a < b$ или $a = b$. Второй — если $a > b$ или $a = b$. Таким образом, здесь учащиеся впервые сталкиваются с сознательным использованием логической операции «или». В частности, $5 \leqslant 6$, $7 \leqslant 7$ — верные высказывания. Например, соотношение $5 \leqslant 6$ означает, что имеет место одно из двух: либо $5 < 6$, либо $5 = 6$, а это действительно так (т. е. одно из этих двух высказываний верное). Аналогично обстоит дело со знаком $\geqslant$.

Итак, мы имеем примеры дизъюнктивного определения:

$(a \leqslant b) \Longleftrightarrow ((a < b)$ или $(a = b))$, $(a \geqslant b) \Longleftrightarrow ((a > b)$ или $(a = b))$.

В случае же двойных неравенств, которые также являются новым материалом для четвероклассников, мы имеем дело с примером конъюнктивного определения:

$$(a < b < c) \Longleftrightarrow ((a < b) \text{ и } (c > b)).$$

Другими словами, запись $a < b < c$ является верным высказыванием, если справедливы оба неравенства $a < b$ и $b < c$, т. е. если верно неравенство $a < b$ и неравенство $b < c$. Аналогичный смысл имеют записи $a \leqslant b \leqslant c$, $a < b \leqslant c$, $a \leqslant b < c$.

Геометрически двойное неравенство интерпретируется следующим образом: числа x, удовлетворяющие неравенству $a < x$, располагаются на числовой прямой правее точки a; числа x, удовлетворяющие неравенству $x < b$, располагаются левее точки b. Следовательно, числа x, удовлетворяющие двойному неравенству $a < x < b$ (при выполнении условия $a < b$), располагаются между точками a и b. Множество всех чисел, удовлетворяющих двойному неравенству $a < x < b$ (при $a < b$), изображается геометрически в виде интервала (промежутка) $]a, b[$, т. е. отрезка, из которого удалены концевые точки.

Двойные неравенства тесно связаны с вопросами о записи приближенных значений чисел и об округлении чисел, которые также изучаются в IV классе. С приближенными значениями числа с недостатком и с избытком учащиеся уже знакомы из начальной школы. В IV классе они знакомятся с записью приближенных значений в виде двойного неравенства и с округлением десятичных дробей. Главное, что должны усвоить учащиеся, состоит в том, что, например, фраза «Длина отрезка с точностью до 0,1 с избытком равна 3, 4» означает выполнение двойного неравенства[1] $3{,}3 \leqslant x < 3{,}4$ (через x обозначена искомая длина). Ничего другого эта фраза в себе не содержит, т. е. мы не знаем точного значения длины отрезка, но знаем границы, в которых она может заключаться.

Из сказанного следует, что с помощью учебного оборудования необходимо организовать моделирование отношения порядка, изображая на числовой прямой изучаемые числовые множества и подчеркивая, что большее число всегда располагается правее; должны предъявляться числовые неравенства, строгие и нестрогие, в том числе двойные, для решения вопроса об истинности высказываний; должны предъявляться нестрогие и двойные неравенства с переменной, чтобы после подстановки конкретных значений устанавливать

---

[1] Для простоты в учебнике оба неравенства — левое и правое — пишутся строгими.

истинность или ложность полученных высказываний. Наконец, учебное оборудование должно обеспечить оперирование с логическими союзами «и», «или».

Следует отметить, что, несмотря на кажущуюся простоту материала, ученики (даже старших классов) далеко не всегда правильно отвечают на вопросы, верны ли неравенства типа $3 \geqslant 3$, $0 \leqslant 0$, $7 \geqslant 5$ и т. п. Поэтому, хотя в учебнике определение и не сформулировано четко, учебное оборудование должно обеспечить его усвоение. Для этого удобно предъявить учащимся определение (например, спроецировать с помощью кодоскопа):

«Высказывание $a \geqslant b$ верно в двух случаях: если $a > b$ или $a = b$».

«Высказывание $a \leqslant b$ верно в двух случаях: если $a < b$ или $a = b$».

Работу с этим определением лучше всего вначале провести по таблице «Знаки $\leqslant$ и $\geqslant$ ». Обратившись к записи в правом нижнем углу ($7 \geqslant 3$ верно, так как $7 > 3$), учитель показывает, что эта запись согласуется с определением. Можно спросить, для каких еще натуральных чисел верно неравенство $7 \geqslant a$, причем желательно, чтобы были названы не только числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, но и число 7. Такая же работа проводится и с другими записями в правом столбце.

После этого целесообразно обратиться к верхней части таблицы, научив четвероклассников ею пользоваться. Желательно, чтобы учащиеся формулировали предложения типа: «если $a < b$, то можно также написать $a \leqslant b$». Всего таких предложений будет четыре, и каждому из них соответствует одна из стрелок в верхней части таблицы.

Затем можно использовать материал в левой и средней части таблицы «Знаки $\leqslant$ и $\geqslant$ ». Здесь в каждой строке записано одно из неравенств, под ним написано множество всех решений этого неравенства, а справа — графическое изображение этого множества. Каждый раз следует убеждаться (проверкой), что указанное множество содержит все решения написанного неравенства.

Полезно также отметить, что множество решений неравенства $x \leqslant 3$ и множество решений неравенства $x > 3$ дополняют друг друга (т. е. они не имеют общих точек, а их объединение содержит все числа). Поэтому если для некоторого числа неравенство $x > 3$ неверно (т. е. x не больше 3), то верно неравенство $x \leqslant 3$. Иначе говоря, неравенство $x \leqslant 3$ означает, что x не больше 3. Таким же образом неравенство $x \geqslant 3$ означает, что x не меньше 3.

После такой работы таблица станет привычной для учащихся, и они легко смогут использовать ее как справочный материал (в случае надобности).

Разумеется, при знакомстве с порядком в множестве чисел (рассматриваемых в IV классе) широко могут использоваться прибор «Числовая прямая» и магнитный набор цифр, букв и знаков. Например, при знакомстве с двойными неравенствами целесообразно отмечать на числовой прямой натуральные решения; продемонстрировать, как изменяется множество решений, если строгое двойное неравенство заменить нестрогим.

Неравенства между дробными числами удобно моделировать на обычной клетчатой бумаге, которая в данном случае также выступает как удобное средство обучения.

С этой же целью может быть использована координатная доска (расчерченная на клетки часть доски). Ее удобно использовать и для первоначальной постановки вопроса о возможности изображать дробные числа точками на шкале.

При изучении приближенных значений чисел и округления чисел до учеников требуется довести идею о необходимости во многих случаях рассматривать не само число, а его приближенное значение.

Значения результатов измерения с недостатком и с избытком удобно иллюстрировать с помощью прибора «Числовая прямая». Этот же прибор можно использовать и при рассказе учителя об округлении чисел (в соответствии с материалом учебника).

§ 10. ДЕЙСТВИЯ НАД ЧИСЛАМИ (пп. 29, 30, 32, 34, 35, 38, 39, 42, 44, 45, 46, 47 50, 58, 59, 61, 62, 64, 65, 69, 72 учебника).

Четырем арифметическим действиям в начальной школе уделялось много внимания. В IV классе происходит отработка навыков действий над многозначными натуральными числами (включая миллиарды), обыкновенными дробями (с одинаковыми знаменателями) и десятичными дробями.

Наряду с приобретением навыков выполнения действий важнейшей задачей курса математики IV класса, предусмотренной программой, является усвоение учащимися законов арифметических действий — сложения и умножения. С математической точки зрения рациональные числа (изучение которых завершается в V классе) составляют числовое поле. Действительные числа, изучаемые в старших классах, также образуют числовое поле.

Все аксиомы поля приведены в двух таблицах «Законы арифметических действий».

Хотя понятие поля формально не изучается в курсе математики средней школы (т. е. соответствующего определения в учебнике нет), учащиеся знакомятся с аксиомами поля (под названием законов действий) начиная уже с IV класса. Единственная аксиома, которая не рассматривается в IV классе, — существование противоположного числа: $a + (-a) = 0$.

Понятно, что учащимся IV класса не следует сообщать слова «аксиома». Вместе с тем учитель должен при каждом удобном случае подчеркивать, что законы сложения (речь идет о первых трех аксиомах) верны для л ю б ы х чисел.

Из аксиом поля (т. е. законов сложения и умножения) выводятся дальнейшие свойства этих действий, и в частности возможность переноса слагаемых из одной части равенства в другую (с переменой знака), правила раскрытия скобок, способы решения уравнений и систем уравнений первой степени и т. д. Существенно, чтобы учащиеся понимали, что все это вытекает *только* из законов действий. При знакомстве в дальнейшем с действительными числами можно будет применять все эти навыки, поскольку законы действий (т. е. аксиомы сложения и умножения) для действительных чисел те же.

Следует обратить внимание на то, что вычитание и деление не отнесены к основным действиям. Весь материал, связанный с вычитанием, основан на единственной фразе — определении вычитания:

$$a - b = c, \text{ если } b + c = a.$$

Эта фраза есть не что иное, как «перевод» с одного языка на другой, замена вычитания сложением.

Умножение и деление изучаются аналогично сложению и вычитанию. Есть, однако, одна новая операция: деление с остатком. Новизна деления с остатком для четвероклассников заключается в том, что они впервые по двум известным компонентам находят не одно, а два числа — частное и остаток. (Существенно, что остаток всегда меньше делителя.) Весьма важна и работа по выражению делимого через сумму произведения частного и делителя и остатка.

В связи с изучением деления натуральных чисел в IV классе вводятся понятия делителя и кратного. Учащиеся должны также знать формулировки признаков делимости на 2, 3, 5 и 10, уметь определять по записи числа, является ли данное число кратным 2, 3, 5 или 10.

При изучении законов сложения прежде всего следует предъявить учащимся (на доске или с помощью кодоскопа) формулировку первого из них — коммутативного (переместительного) закона — в таком, например, виде:

«Для любых двух чисел a и b суммы $a + b$ и $b + a$ одинаковы:

$$a + b = b + a».$$

Примеры легко приведут сами учащиеся: $2 + 15 = 15 + 2$, $17 + 0 = 0 + 17$ и т. д.

Так как учащиеся уже умеют выполнять сложение трех и большего числа слагаемых, можно предложить им сформулировать аналогичное правило для трех или четырех слагаемых. Например, учащиеся могут сказать, что «слагаемые можно переставлять как угодно», приводя примеры типа $7 + 4 + 12 + 3 = 7 + 4 + 3 + 12 = 7 + 3 + 4 + 12 = 3 + 7 + 4 + 12$ и т. д. И снова следует предложить учащимся каждый раз подсчитывать сумму, чтобы убедиться в справедливости правила. Строго говоря, возможность «как угодно переставлять слагаемые» не следует называть (в случае трех и большего числа слагаемых) коммутативным законом сложения, хотя большой беды в этом и нет. Дело в том, что коммутативный закон как одна из аксиом сложения относится только к двум числам, а возможность переставлять слагаемые при сложении, например, трех чисел — это доказываемое следствие из аксиом сложения. Но конечно, эти тонкости не для четвероклассников. И если кто-либо из учащихся назовет равенство типа $a + b + c = b + c + a$ переместительным законом, можно на это не обратить внимания (хотя лучше сказать, что такие равенства «получаются» из переместительного закона).

Такая же работа производится и со второй аксиомой сложения — ассоциативным законом (сочетательным). Учащимся предъявляется формулировка закона в таком, например, виде:

«Для любых трех чисел a, b и c суммы $a + (b + c)$ и $(a + b) + c$ одинаковы:

$$a + (b + c) = (a + b) + c».$$

После того как учащиеся приведут примеры (и покажут на этих примерах справедливость ассоциативного закона), можно предложить им сформулировать аналогичное правило для четырех или большего числа слагаемых. Например, учащиеся могут сказать, что «в сумме любую группу слагаемых можно заключить в скобки», приводя примеры типа $7 + 3 + 15 + 5 = (7 + 3) + (15 + 5) = 7 + (3 + 15 + 5)$ и т. д. И здесь лучше говорить, что равенства такого типа «получаются» из закона ассоциативности.

Более подробно о роли законов сложения (и умножения) можно прочитать — и использовать этот материал в работе с учащимися — в книге В. Г. Болтянского и Г. Г. Левитаса «Математика атакует родителей».

Работа с третьей аксиомой аналогична. Прежде всего нужно предъявить учащимся формулировку, например такую:

«Для любого числа a каждая из сумм $a + 0$ и $0 + a$ равна a:

$$a + 0 = a,\ 0 + a = a».$$

Особенно важной является первая формула (вторая получается из нее в силу закона коммутативности; ее можно даже не включать в формулировку). После приведения нескольких примеров полезно подвести учащихся к мысли, что нуль — единственное число, обладающее этим свойством, т. е. если известно, что для числа a верно равенство $a + 5 = 5$, то из этого следует $a = 0$. Точно так же, если $12 + b = 12$, то $b = 0$; если $0 + c = 0$, то $c = 0$.

После знакомства с каждой из трех аксиом (происходящего на разных уроках) вывешивается таблица «Законы арифметических действий (сложение)», и с этого момента ведется настойчивая работа по овладению материалом трех ее первых строк. Если ученик делает ошибку в применении законов арифметических действий или не применяет их для сокращения вычислений, можно предложить ему посмотреть на таблицу и проанализировать, какой из этих законов имеет смысл применить и к каким именно числам.

Конкретные числовые примеры имеют определенный недостаток: ученик на вопрос о том, почему, например, $2 + 5 = 5 + 2$, может ответить так: «$2 + 5 = 7$ и $5 + 2 = 7$, поэтому $2 + 5 = 5 + 2$».

При таком ответе никакая ссылка на законы действий ему не нужна. Поэтому необходимо оперировать не только такими примерами, но и примерами более общего типа, например: $5 + m = m + 5$, $2 + c = c + 2$. И каждый раз необходимо выяснять, какое число в данном примере выполняет роль a в формулировке переместительного закона, какое — роль b. Еще один полезный прием состоит в том, что мы просим двух учеников A и $Б$ задумать по числу, а ученика $В$ спрашиваем, получатся ли одинаковые результаты, если сначала к числу ученика A прибавить число ученика $Б$, а потом наоборот: к числу ученика $Б$ прибавить число ученика A. В этих случаях исключен непосредственный подсчет левой и правой части даже при оперировании конкретными (но ученику $В$ неизвестными!) числами.

Таблица «Законы арифметических действий (сложение)» содердержит строку $a + (-a) = 0$, не относящуюся к программе IV класса. Этот материал введен для использования в V классе. Но повредить четвероклассникам он не может: на эту строку они, как показывает опыт, не обращают внимания. Если все же кто-нибудь из учеников спросит учителя об этой строке, то можно рассказать ему смысл этой строки, скажем, на примере положительных и отрицательных температур. У учителя, наконец, есть и еще одна возможность: закрыть эту строку полоской бумаги (не портя при этом таблицы, которая нужна и старшеклассникам).

Работу по изучению законов сложения удобно также проводить с помощью магнитного набора цифр, букв и знаков. Ученик с его помощью в буквальном смысле переставляет (или объединяет) слагаемые.

Действие вычитания также хорошо известно учащимся. Основное назначение этой темы — более глубокое осмысление связи между вычитанием и сложением.

Здесь, так же как и при изучении сложения, учащимся нужно предъявить определение вычитания, например, в таком виде:

«Вычесть из числа a число b — значит найти такое число c, которое в сумме с b дает a».

На языке формул это определение может быть записано так: равенство $c = a - b$ означает то же самое, что и равенство $a = c + b$. Это определение выписано в верхней части таблицы «Сложение и вычитание».

Основное в следующей ниже части таблицы (до умножения и деления) — три взаимосвязанные формулы. Поэтому имеет смысл предложить составить, воспользовавшись этой схемой, аналогичные схемы для конкретных числовых примеров и решения уравнений.

Пусть, например, учащемуся поставлена задача проверить с помощью сложения равенство $1689 - 765 = 924$. Прежде всего, ученик должен сказать, что роль a здесь выполняет число 1689, роль b — число 765, роль c — число 924. Далее, обращаясь к определению в верхней строке таблицы, ученик должен сказать: «Равенство 1689–

$-765 = 924$ означает, что $924+765=1689$». Проверив затем правильность этого примера на сложение, ученик должен сделать вывод, что пример с вычитанием написан верно.

Затем целесообразно поставить вопрос: «Какой еще пример на вычитание (с теми же числами) мы проверили, убедившись в правильности сложения?» Ученик должен уметь написать требуемый пример на вычитание: $1689-924 = 765$. После этого полезно все три примера расположить на доске в виде такой таблицы:

$$\begin{array}{c} 1689 = 924 + 765 \\ \nearrow\swarrow \qquad\qquad \nearrow\swarrow \\ 765 = 1689 - 924 \rightleftarrows 924 = 1689 - 765 \end{array}$$

Следует особо подчеркнуть, что все три примера означают одно и то же, т. е. из правильности одного из них следует правильность двух других (это отмечено стрелками). Только после этого следует обратить внимание учащихся на схему, содержащуюся в таблице, и разъяснить, что на таблице в буквенном обозначении изображена та же самая схема, что и на доске. В результате такой работы схема, приведенная на таблице, превратится в весьма удобный для учащихся справочный материал, к которому они смогут обращаться при затруднениях.

Предположим, например, что ученику предлагается решить уравнение $30 + x = 120$. Ученик находит в схеме на таблице равенство $a = c + b$ и говорит, что в данном случае $a = 120$, $c = 30$, $b = x$. Затем он отмечает, что в данном случае необходимо найти число b, и потому надо обратиться к формуле: $b = a - c$, т. е. в данном случае $x = 120-30 = 90$. Аналогичная работа может быть проведена с другими уравнениями: $x + 45 = 100$, $15 - x = 8$, $x - 20 = 70$ и т. д. Эта работа подготавливает учащихся к осознанию того, что слагаемые можно переносить в другую часть равенства с изменением знака.

Поскольку умножение и деление многозначных чисел изучается во многом аналогично сложению и вычитанию, здесь проходит аналогичная работа с настенной таблицей «Законы арифметических действий (умножение)».

Сложение и вычитание десятичных дробей объясняется в учебнике сложением (вычитанием) обыкновенных дробей и переходом к более мелким единицам измерения. Единственное новое правило в технике сложения и вычитания «столбиком» — правило подписывания запятой под запятой. Работу можно начать с рассмотрения таблицы «Действия с десятичными дробями», где в левом верхнем углу даны образцы записи.

Таблица должна находиться в классе постоянно при изучении десятичных дробей. Учитель обращается к ней каждый раз, когда обнаруживает ошибки в записях учащихся, подчеркивая, что на таблице показано правильное положение запятых. Поэтому приведенные в ней примеры должны восприниматься не только сами по себе, но и как материал для справок.

Материал для сложения десятичных дробей может быть взят из кадров 10 и 11 серии «Десятичные дроби»; во всех случаях ставится задача нахождения периметра многоугольника. С этой же целью могут быть использованы кадры 7 и 8 той же серии. Кадры проецируются на доску. Учитель ставит, например, задание найти сумму $a + b$ и предлагает заполнить таблицу. Затем все данные стираются и предлагается найти разность $a - b$ (заполняя только те клетки, для которых $a > b$).

Первоначальное знакомство с умножением и делением десятичных дробей может быть проведено с помощью таблицы «Действия с десятичными дробями». Как и в случае материала, относящегося к сложению и вычитанию десятичных дробей, основное назначение таблицы — быть справочным материалом.

Примеры в правой верхней части таблицы должны напоминать что умножение десятичной дроби на 10, 100, 1000 сводится к переносу запятой вправо, и подсказывают, на какое число знаков надо переносить запятую. Если ученик при умножении какой-либо десятичной дроби, например на 100, делает ошибку, учитель обращает его внимание на соответствующее место таблицы, предлагая использовать пример таблицы как образец. Важно отметить, что эта же часть таблицы может быть использована для справок и при делении на 10, 100, 1000 и т. д.

Примеры, идущие ниже (в середине правого столбца таблицы), иллюстрируют правила об отделении нужного числа знаков в произведении. И здесь примеры интересны, конечно, не сами по себе, а как образцы, как справочный материал.

Образец записи при умножении десятичных дробей показан слева внизу. Остальная часть таблицы относится к делению. Форма записи и место запятой при выполнении деления показаны на двух (как бы наложенных один на другой) листках.

Весьма существенно, чтобы при решении примеров учитель многократно подчеркивал аналогию тех действий, которые выполняют учащиеся и которые показаны на таблице: в этом случае учащиеся легче увидят типичность показанных на таблице примеров, благодаря чему они станут полезным справочным материалом.

При работе над рассматриваемой темой надо постоянно обращаться к диапозитивам серии «Десятичные дроби». При работе с диапозитивами 10, 12, 17, 19 надо указать учащимся, что умножение целых чисел выполнено в кадре верно (проверять это не нужно). Учащиеся должны лишь правильно отделить нужное число знаков в произведении.

Удобно их спроецировать на доску, чтобы можно было положение запятой отмечать мелом. Диапозитив 15 связан с делением десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т. д. Во всех примерах вместо буквы надо поставить число, чтобы получилось верное высказывание. То же относится к диапозитиву 18. Той же теме посвящен диапозитив 16: в каждом примере надо поставить между произведениями или частными один из знаков: $>$, $<$, $=$.

С помощью диапозитива 20 можно предложить небольшую проверочную работу на все действия с дробями.

Для организации самостоятельной работы учащихся на нахождение неизвестных компонентов при сложении, вычитании, умножении и делении многозначных чисел и десятичных дробей можно использовать резиновый штемпель «Палетка 1,5 × 1,5». С этой целью в рабочих тетрадях учащихся делаются оттиски этого штемпеля. Затем верхние три строчки отводятся соответственно под первое слагаемое, второе слагаемое и сумму (в случае сложения). Далее в каждый столбец вписываются два числа. Ученик, получив свою тетрадь, должен заполнить таблицу недостающими числами. Другими словами, четвероклассники должны найти и записать в таблицу неизвестные компоненты при действиях с числами. Этот же оттиск может быть использован при изучении деления с остатком. Здесь в отличие от предыдущего в оттиске таблицы используются все четыре строки: для делимого, делителя, частного и остатка.

Аналогично может быть использован этот оттиск для нахождения среднего арифметического чисел. Коллективная работа на нахождение среднего арифметического может быть начата при работе с демонстрационным прибором «Числовая прямая» и при просмотре диапозитивов 6, 7 и 8 из серии «Десятичные дроби».

§ 11. ОТРЕЗОК, ПРЯМАЯ, ЛУЧ (пп. 3, 5, 6, учебника).

Весь этот материал сводится к отработке обозначения отрезков, прямых и лучей, к уточнению представлений о длине отрезка и бесконечности луча и прямой, а также к введению понятия параллельности.

Обозначения. Усвоение обозначений обеспечивается тренировкой в краткой записи и отыскиванием объектов на чертеже по краткой записи. Для организации такой работы могут быть использованы любые изображения совокупностей прямых линий, например таблица «Прямая, луч, отрезок». Учитель предлагает отыскать на таблице прямую (отрезок, луч) ML и ответить, можно ли ту же прямую (отрезок, луч) обозначить NL, NM, PC, KD. Важно учесть, что в математике принято особое латино-французское чтение букв латинского алфавита, которого нет ни в одном языке: одни буквы читаются, как во французском языке, другие — как в немецком и т. д. Поэтому необходимо следить за произношением букв детьми. Делать это надо ненавязчиво, в процессе выполнения упражнений.

Следует обратить внимание на особенность принятых в математике обозначений: если в одном и том же задании фигурирует несколько раз одна и та же буква, то она обозначает один и тот же геометрический объект. Например, если дается задание построить два отрезка AB и AK, то это значит, что оба отрезка имеют общий конец A Иногда разные объекты обозначают одними и теми же буквами, снабженными разными индексами: A_1, A_2, A_3 и т. д. На таблице «Прямая луч, отрезок» имеются точки, обозначенные буквами с индексами. Однако отрабатывать такой способ обозначения не следует. Достаточно дать несколько заданий на отыскание указанных точек.

Все ошибки, связанные с названиями или написанием латинских букв, следует исправлять, обращая внимание класса на соответствующее место таблицы «Латинский алфавит».

При знакомстве с обозначениями прямой линии и ее частей важно довести до учащихся смысл обозначения этих фигур двумя буквами: две точки (произвольные — в случае прямой, концы — в случае отрезка, начало и произвольная точка — в случае луча) определяют положение этих фигур. Обеспечить усвоение этого утверждения можно, например, с помощью следующих упражнений. На доску проецируется какой-либо кадр, на котором есть прямые линии, например кадр 10 диафильма «Линии на плоскости», или диапозитив 4 серии «Основные понятия геометрии». Учащимся предлагается отметить некоторое число точек указанных отрезков прямых или лучей, чтобы, после того как проектор будет выключен, можно было (с помощью линейки) начертить эти фигуры. Затем задание усложняется: предлагается отметить минимальное число точек, по которым можно восстановить чертеж. Упражнения такого типа не только позволяют закрепить нужное свойство, но и подготавливают учащихся к пониманию того, что для восстановления фигуры (в том же или даже в новом ее положении) часто бывает достаточно иметь лишь конечное число точек этой фигуры. Это будет особенно важно в дальнейшем, при выполнении геометрических преобразований.

Знакомство с обозначениями полезно также сочетать с пропедевтикой точки зрения на геометрические фигуры как на множества точек. Например, демонстрируя кадр 8 диафильма «Линия, поверхность, геометрическое тело» или кадры 2, 3 серии диапозитивов «Основные понятия геометрии», можно рассмотреть следующее задание.

Рассмотрим траекторию полета самолета (путь следования корабля). Существуют ли на линии точки, соответствующие положению корабля (самолета) в конце каждой недели пути, каждого дня, минуты, секунды?

Длина отрезка, бесконечная продолженность прямой и луча. Понятие длины отрезка и тот факт, что отрезок AB имеет наименьшую длину среди всех линий, соединяющих точки A и B, уже известны учащимся. Новым, помимо обозначений, является лишь формулирование указанного выше свойства в явном виде. Учебное оборудование должно предоставить материал для сравнения длины отрезка с длинами других линий, соединяющих его концевые точки. Такой материал дает, например, правая нижняя часть таблицы «Прямая, луч, отрезок».

Бесконечная продолженность прямой и луча должна быть связана в сознании учащихся прежде всего с возможностью отложить от любой точки прямой в обе стороны (а от концевой точки луча —

в одну сторону) отрезок какой угодно длины. Отметим, что возможность откладывания на луче (от его начала) отрезков все большей длины используется при построении бесконечной шкалы. Учебное оборудование должно в первую очередь предоставить возможность откладывать отрезки указанной длины от указанной точки (или стимулировать обсуждение принципиальной возможности такого откладывания); отыскивать точки пересечения прямых, лучей, отрезков.

При выполнении заданий важно следить за правильностью и математической грамотностью языка. В частности, необходимо научить четвероклассников правильно применять термины «прямая проходит через точку», «точка принадлежит прямой» и т. д.

В рассматриваемых пунктах учебника происходит лишь первоначальное знакомство со свойствами прямой линии и ее частей. Усвоение же ведется еще длительное время и, по существу, продолжается каждый раз, когда с этим материалом приходится вновь сталкиваться. Например, при изучении понятия пересечения фигур следует рассмотреть вопрос о том, какие фигуры могут получиться в результате пересечения двух отрезков, двух прямых, прямой и луча и т. д.

Параллельность. В IV классе дается лишь самое предварительное, интуитивное представление о параллельности прямых, не указан даже способ их построения. Вводится это понятие в связи с рассмотрением бесконечности прямой как обозначение того случая, когда точку пересечения двух различных прямых отыскать нельзя. Поэтому учебное оборудование должно обеспечить предъявление как пересекающихся, так и параллельных прямых (см., например, таблицу «Прямая, луч, отрезок»). Кроме того, необходимо обеспечить многократное оперирование со знаком $\parallel$, приводящее к его запоминанию.

Важно отметить, что определение параллельных прямых дизъюнктивно, т. е. видовые отличия соединены логическим союзом «или». Это означает, что для узнавания параллельных прямых достаточно проверить выполнение одного из двух свойств: 1) прямые совпадают; 2) не имеют общих точек.

§ 12. КОНГРУЭНТНЫЕ ФИГУРЫ (п. 11 учебника).

В IV классе конгруэнтными считаются фигуры, которые можно наложить друг на друга так, чтобы они совпали. Для работы могут быть использованы модели фигур, вырезанные из «плоского» материала и допускающие совмещение, изображения фигур на прозрачном материале для непосредственного наложения (калька, полиэтилен и т. д.), а также изображения на доске или экране, получаемые с помощью кодопозитивов.

Плоские фигуры могут быть вырезаны из картона или другого материала. Они должны служить прежде всего для ориентировки в новом действии: фигуры перемещаются таким образом, что удается либо их совместить, либо установить, что совмещение невозможно. Разумеется, может быть предусмотрен и аналогичный раздаточный материал, позволяющий учащимся самостоятельно моделировать совмещение.

Для этой цели могут быть заранее заготовлены вырезанные из цветной бумаги или картона фигуры (круги, углы, многоугольники и фигуры неправильной формы). Каждому учащемуся дается несколько таких фигур (на каждой фигуре поставлен номер) и предлагается определить, какие из фигур конгруэнтны между собой. Среди предложенных фигур должны быть такие, которые можно совместить движением, не выводя их из плоскости, и такие, которые требуют переворачивания (симметричные). При этом желательно, чтобы лицевая сторона была окрашена, а оборотная нет.

Следующий вид индивидуальных заданий: учащимся предлагается несколько фигур, начерченных на одном листе бумаги, и предлагается установить, какие из этих фигур конгруэнтны между собой. Учащиеся могут выполнять это задание, вырезав одну из фигур и пытаясь совместить ее наложением с другой (или перечертить одну из фигур на прозрачный материал (кальку) и затем попытаться совместить изображение на кальке со второй фигурой).

Дальнейшая работа может быть организована с помощью кодоскопа (или самодельного диапозитива). Например, можно показать учащимся фигуры, изображенные на клетчатом фоне, и предложить рассказать, как можно установить, конгруэнтны ли эти фигуры.

Важно, чтобы учащиеся не просто утверждали, что, например, фигуры M и K конгруэнтны, но и обосновали свои выводы. Обоснование может быть таким. Переместим мысленно фигуру K так, чтобы столбик из 4 квадратов наложился на столбик из 4 квадратов фигуры M. Дальше в фигуре M и в фигуре K идет столбик из 3 квадратов. Значит, они тоже совместятся. Столбики из 2 квадратов тоже совместятся. Таким образом, фигуру K можно наложить на фигуру M так, чтобы они совпали; значит, фигуры конгруэнтны.

Важно также показать, что фигуры M и K совместить с фигурой O передвижением в плоскости невозможно: необходимо предварительно перевернуть одну из фигур.

Полезно поставить вопрос о конгруэнтности отрезков, доказать конгруэнтность любых двух прямых, любых двух лучей.

§ 13. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД (п. 14 учебника).

Программа предусматривает формирование лишь предварительного представления о прямоугольном параллелепипеде. Предъявление ряда предметов, имеющих форму параллелепипеда, должно способствовать пониманию того, каким образом происходит процесс абстрагирования от лишних деталей, а также способствовать развитию геометрического видения (учащиеся должны уметь находить видимые и невидимые грани и ребра, конгруэнтные грани и ребра и т. п.).

Опишем в качестве примера, как может быть построена работа с первыми пятью кадрами диафильма «Прямоугольный параллелепипед и его объем».

Кадр с заглавием используется, чтобы научить правильно читать и записывать термин. Рассматривая кадр 2, учитель обращает внимание на то, что здесь изображены предметы, близкие по форме. Если не обращать внимания на ручку у чемодана, выступающие бока крышки коробки, рукоятки управления у телевизора, то эти предметы окажутся еще более похожими. Тело, изображенное в кадре 3, может рассматриваться как изображение каждого из рассмотренных выше предметов после того, как удалены все лишние детали. Здесь может быть поставлен вопрос о гранях, ребрах и вершинах, форме граней. Эта работа может быть продолжена с кадрами 4—5 (в кадре 4 четко выделены вершины и ребра, в кадре 5 — видимые и невидимые грани).

Для осуществления перехода от показа натуральных моделей прямоугольного параллелепипеда к его изображению на чертеже целесообразно использовать таблицу «Прямоугольный параллелепипед».

На таблице кроме предметов, аналогичных тем, которые изображены в кадре 1 рассмотренного выше диафильма, изображен спичечный коробок в трех различных положениях. Выбор именно спичечного коробка как объекта изображения не случаен: он хорошо знаком учащимся и его грани отличаются характерной расцветкой. Поэтому у учеников не вызывает сомнения, что это изображения одного и того же тела. Знакомство с понятием грани при использовании этой таблицы может быть проведено так. Учитель обращает внимание на то, что этикетка расположена в двух случаях на передней грани, в одном — на верхней грани, выясняет, в какой цвет окрашены невидимые грани на рисунках (например, нижняя грань левого рисунка). Здесь же ставится вопрос о том, что некоторые грани имеют на изображении форму, отличную от прямоугольника.

Учитывая, что первоначальное знакомство с прямоугольным параллелепипедом должно подготовить учащихся к вычислению объема этого тела, необходимо предусмотреть учебное оборудование, обеспечивающее отыскание длин его ребер. Раздаточный материал, с помощью которого эта работа организуется, следует подобрать таким образом, чтобы среди измеряемых тел были прямоугольные параллелепипеды, два измерения которых равны, все три измерения равны. Это облегчит работу по распознаванию кубов (выделение подкласса кубов из класса прямоугольных параллелепипедов).

Программа не предусматривает знакомства с определением понятия «прямоугольный параллелепипед». Однако наличие 6 граней и то, что каждая грань — прямоугольник, должны восприниматься учащимися как свойства необходимые. Из того факта, что некоторый предмет является прямоугольным параллелепипедом, учащиеся должны уметь сделать выводы о наличии четверок параллельных между собой и конгруэнтных ребер, о конгруэнтности противоположных граней и т. п. Отсутствие хотя бы одного из этих свойств должно приводить к выводу о том, что объект прямоугольным параллелепипедом не является.

Учебное оборудование предоставляет учителю возможность организовать проверку перечисленных выше свойств. Учащимся необходимо уметь отделять тела, не являющиеся параллелепипедами (т. е. не обладающие хотя бы одним из указанных свойств), и устанавливать принадлежность к понятию «параллелепипед» путем отыскания числа граней и проверки, все ли они являются прямоугольниками. Задания, в ходе выполнения которых эта работа осуществляется, даны в ТПО.

§ 14. ПЛОЩАДИ И ОБЪЕМЫ (пп. 21, 24, 26 учебника).

Начальная школа дает представление о площади как о числе, показывающем, сколько раз единица измерения (квадрат со стороной 1) укладывается в данной фигуре. При этом программа ориентирует на преимущественное использование таких единиц измерения площадей, как 1 мм^2, 1 см^2, 1 м^2 и т. д. Однако учащиеся должны понимать, что в качестве единицы измерения может быть взят любой квадрат.

Формального определения того, что следует понимать под объемом тела, в IV классе не дается. Однако следует формировать точку зрения на объем как на **число**, показывающее, сколько раз единица измерения (куб со стороной 1) укладывается в данном теле.

Основным типом заданий здесь является отыскание площадей и объемов. При этом существенно, чтобы каждый раз в сознании учащихся фиксировалась единица измерения. Важно также, чтобы задания, связанные с прямым пересчетом единичных квадратов (кубов), постепенно заменялись подсчетом с использованием формул. Никакие свойства площадей (объемов) в IV классе не вводятся. Однако среди предъявляемых заданий должны быть такие, которые заставляют осознать интуитивно понятные учащимся свойства: площадь единичного квадрата равна 1; конгруэнтные фигуры имеют одинаковые площади; если фигура A состоит из двух примыкающих частей B и C, то площадь фигуры A равна сумме площадей фигур B и C (то же относится к объему).

Покажем в качестве примера, каким образом может быть организована работа с помощью кадров диафильма «Прямоугольный параллелепипед и его объем». Эти кадры лишены надписей, что позволяет учителю более свободно строить объяснения.

Кадр 30 позволяет поставить вопрос о том, что некоторая часть пространства (коробка) может быть заполнена одинаковыми по величине кубами. Если считать каждый такой куб единицей объема и в коробке помещается 6 таких кубов, то ее объем равен 6.

Показывая кадр 31, учитель подчеркивает связь между линейными, квадратными и кубическими единицами. При этом он подчеркивает, что единичные кубы могут быть различными, так как различными могут быть единицы длины (см, м и др.).

С помощью кадров 33—34 организуется закрепление представления об объеме: учащиеся пересчитывают единичные кубы, из которых сложено тело. При этом кадр 34 служит для перехода от прямого пересчета к формуле: в ряд укладывается 3 куба; таких рядов 2; значит, число единичных кубов (т. е. объем тела) равно $3 \cdot 2 = 6$.

Кадры 35—37 дают материал для подсчета числа предметов в одном слое, в указанном числе слоев. Такая работа подготавливает к знакомству с подсчетом числа единичных кубов, составляющих прямоугольный параллелепипед (выведение формулы объема). Для вывода формулы используются кадры 38—40. Учитель выясняет, сколько единичных кубов можно расположить на площадке в один слой, в три слоя. Каждый раз определяется объем получившегося прямоугольного параллелепипеда.

Объем тела в кадре 40 вычисляется по формуле. Но учащиеся должны рассказать, каким образом может быть получено это число. Например, указать, что вдоль одного ребра можно уложить 8 кубов, всего в основании — $8 \cdot 4$ кубов. А слоев таких получается 3.

Аналогичная работа проводится с диапозитивами серии «Прямоугольный параллелепипед» (ч. 2).

Целесообразно организовать лабораторную работу с помощью «Набора моделей для проведения лабораторных работ по измерению длин, площадей и объемов». Принимая по указанию учителя один из кубиков за единичный и рассматривая выданное ему ступенчатое тело, ученик определяет его объем, площадь поверхности, размеры наименьшей прямоугольной коробки, вмещающей данное ступенчатое тело, и т. п. Аналогична работа с плоскими фигурами и палеткой. Различная сложность ступенчатых тел и плоских фигур позволяет дифференцировать трудность задания.

§ 15. УГЛЫ И ИХ ВИДЫ (пп. 31, 33, 36, 41, 43, 56, 57, 63, 66 учебника).

Понятие угла. Два луча l_1, l_2, исходящих из одной точки, делят плоскость на две части (на два угла с общими сторонами l_1, l_2). Таким образом, угол есть множество точек плоскости, содержащее: а) точки лучей l_1 и l_2; б) все точки, принадлежащие одной из двух частей, на которые эти лучи делят плоскость.

Если точки A и B лежат в одной части, то их можно соединить линией (ломаной), не пересекающей лучи l_1, l_2. Если же точки A и

C лежат в разных частях, то их невозможно соединить линией, не пересекающей ни одного из лучей l_1, l_2.

Из сказанного ясно, что необходимы задания, в которых требуется установить принадлежность точек указанным частям плоскости. Эти задания важны еще и потому, что они формируют представление о плоскости и плоских геометрических фигурах как о множествах точек, что очень существенно не только здесь, но и в дальнейшем изучении математики.

Важно отметить, что учащиеся в начальной школе неоднократно сталкивались со словом «угол». При этом у них формировался зрительный образ острого, прямого, тупого угла. Никакие другие углы в начальной школе не рассматриваются. Таким образом, в IV классе мы сталкиваемся с необходимостью расширить сложившиеся представления, дополнить их новыми, непривычными образами.

Этот материал содержит определение понятия угла, знакомит с действиями над углами (сравнением и измерением углов). Процесс переучивания идет успешнее, если первоначально формируется новое понятие о частях плоскости, на которые два луча разделили плоскость, и лишь после того, как учащиеся привыкнут оперировать любыми частями плоскости, вводится понятие «угол». Работу эту можно организовать, например, с помощью диапозитивов 1 и 2 серии «Углы». Полезно спроецировать их на доску, но не задавать указанный на рамке вопрос о принадлежности точек выделенному дугой углу, а вначале уточнить, научились ли учащиеся видеть части, на которые два луча, исходящих из одной точки, делят плоскость. С этой целью полезно не ограничиваться углами, выделенными на чертеже дугами. Можно, например, предложить найти лучи *MK* и *MC* на диапозитиве 2 и указать, что нас интересует та часть плоскости, ограниченная этими лучами, которой принадлежит точка *D*; затем предложить найти другие построенные на чертеже точки, принадлежащие этой же части плоскости.

Лишь после того как части плоскости, соответствующие развернутому углу и углу, большему, чем развернутый, станут для учащихся привычными, можно перейти к рассмотрению аналогичных задач, используя термин «угол».

Для организации описанной работы может быть использован прибор «Углы и их виды». При наличии кодоскопа можно также использовать модель двух углов, дополняющих друг друга до полного угла, которую можно изготовить следующим образом. Из цветного целлофана (или другого окрашенного прозрачного материала) вырезается кусок с неправильными краями, изображающий плоскость. Эта плоскость разрезается по двум лучам, исходящим из одной точки. В результате она распадается на два угла с общими сторонами.

Первоначально на кодоскоп накладываются оба угла вместе (т. е. вся плоскость); линии разреза, т. е. стороны углов, при этом хорошо видны на экране. Теперь можно убрать один из углов, а потом, положив его обратно, убрать второй угол, показав тем самым обе части, на которые делится плоскость двумя исходящими из одной точки лучами. Можно также (пинцетом) накладывать маленькие непрозрачные кружочки (точки) в разных местах плоскости, а также буквы для обозначения точек и лучей. В результате на экране получается динамичный, удобный для работы чертеж, с помощью которого можно проделать всю описанную выше работу. Такое использование кодоскопа было предложено учителем школы № 14 г. Душанбе В. П. Бондаренко в докладе на Всесоюзной конференции по кабинетной системе в общеобразовательной школе (1972).

Нередко учащиеся ошибаются при обозначении угла тремя буквами. Чтобы избежать таких ошибок, необходимо увеличить число заданий, обеспечивающих тренировку в считывании и обозначении углов. Сделать это можно, например, имея таблицу «Углы».

Отрабатывая обозначения углов, целесообразно организовать выделение характеристических точек (см. аналогичную работу при знакомстве с обозначениями прямой, луча, отрезка). Например, можно на доске отметить точки A, B, и C и предложить восстановить угол ABC (BAC, ACB).

Сравнение углов. Сравнение углов — частный случай сравнения фигур. Поэтому решение задачи: «Установить, конгруэнтны ли два данных угла» — может быть осуществлено одновременно с изучением понятия конгруэнтности для произвольных фигур. Новым для учащихся здесь является идея упорядочения множества углов, т. е. возможность сказать о любых двух углах, не только конгруэнтны ли они, но и (в случае неконгруэнтности) какой из них больше.

Нужно обеспечить с помощью учебного оборудования возможность напомнить упорядоченность множества отрезков (т. е. понятия «конгруэнтно», «больше», «меньше» для отрезков), чтобы затем по аналогии сформировать правила сравнения углов.

Особое место в геометрии принадлежит сравнению различных углов с прямым углом. Поэтому уже здесь важно предусмотреть задания, в которых данные углы сравниваются с «материальным» прямым углом (углом листа бумаги, углом чертежного треугольника и т.п.).

Вот как описанная работа может быть организована с помощью кадров 9—11 диафильма «Углы и их виды».

Перед показом кадра 9 важно вспомнить общее определение конгруэнтности фигур и сформулировать условие конгруэнтности углов. Рассмотрение кадра подводит итог обсуждению.

Демонстрируя кадр 9, учитель предлагает объяснить, как следует понимать включенный в кадр текст. Там сказано, что углы можно совместить наложением, между тем как часть угла, окрашенного в зеленый цвет, оказалась не совмещенной с углом, окрашенным в красный цвет. (Учитель должен напомнить, что стороны угла бесконечны и что математический угол вовсе не обрывается, как это показано в кадре.)

Рассматривая кадр 11, важно не только констатировать: «Данный угол больше», но и доказывать это, используя заранее сделанные самодельные (картонные) модели углов, конгруэнтных углам в кадре.

Такая же работа может быть выполнена и с помощью таблицы «Углы» и диапозитива 3 серии «Углы».

Для самостоятельного выполнения соответствующих операций каждым учеником могут быть предложены индивидуальные модели углов, а также набор углов на листе бумаги и калька.

Биссектриса угла. После знакомства с понятием конгруэнтности углов определение биссектрисы (т. е. луча, выходящего из вершины угла и делящего его на две конгруэнтные части) не вызывает у учащихся затруднений. Наглядный образ — угол с начерченной в нем биссектрисой — также весьма прост и легко запоминается учащимися. Естественное затруднение может вызвать вопрос о построении биссектрисы: ведь точные построения циркулем и линейкой будут им известны лишь в V классе, а приближенное построение (по транспортиру) также еще не подготовлено. Лучшим выходом из этого положения является перегибание вырезанного из бумаги угла пополам: линия сгиба будет изображать (после распрямления листка) биссектрису, а факт совмещения половинок угла при перегибании будет доказывать конгруэнтность углов, на которые первоначальный угол разбивается проведенным лучом. Тем самым будет дано построение биссектрисы. Это подготовит учащихся к пониманию того, что речь идет о совершенно точно и однозначно определенном луче.

Поскольку определение биссектрисы — одно из первых четко сформулированных определений школьного курса, желательно отработать способ работы с ним. Прежде всего желательно предъявить его в расчлененной форме. Например:

«Биссектрисой угла называется луч, который

а) выходит из вершины угла;

б) делит его пополам».

Далее надо предъявить углы с проведенными лучами и предложить установить, являются ли эти лучи биссектрисами соответствующих углов, каждый раз проверяя выполнение условий, указанных в определении.

Прежде всего необходимо, чтобы учащиеся увидели отдельные части, на которые луч делит угол. Если чертеж спроецирован на доску (например, с помощью кодоскопа), то учащиеся будут иметь возможность выделить одну из частей, например заштриховать ее. Параллельно с этим учитель может показывать отдельные точки угла и устанавливать, принадлежат ли они той же части, что и отмеченная точка, или другой части. Такая работа важна, так как приучает воспринимать угол как совокупность точек.

Полезно также сделать ряд чертежей, на которых некоторые лучи не удовлетворяют указанным в определении условиям, и обсудить вопрос о том, почему эти лучи не могут служить биссектрисами начерченных углов (одни не удовлетворяют первому условию, т. е. не выходят из вершин этих углов; для других же первое условие выполняется, но не выполняется второе условие: не конгруэнтны части, на которые луч разделил угол).

Закрепить понятие «биссектриса угла» и одновременно подготовить учащихся к введению понятия «градус» можно, например, организовав следующую работу с моделями углов. Каждый ученик получает одну или несколько моделей углов, сделанных из бумаги, строит перегибанием биссектрису или же проверяет (тоже перегибанием), является ли проведенный луч биссектрисой. При этом учитель постоянно требует обоснований того, что половины (четверти, восьмые части) прямых углов, полученные учащимися, конгруэнтны между собой.

Возможность построить половину, четверть, восьмую часть прямого угла, установление конгруэнтности одних и тех же долей, принципиальная возможность получить и гораздо более мелкие доли — все это подготавливает учащихся к мысли о возможности разделить прямой угол на некоторое число долей и воспользоваться одной из долей как единицей.

Программой не предусмотрено знакомство с биссектрисами углов, бóльших развернутого. Если учитель сочтет возможным, он сможет рассмотреть эти случаи, используя диапозитив 4 серии «Углы».

Виды углов. Развернутым углом называется угол, стороны которого *являются противоположными лучами*. Следовательно, у учащихся необходимо предварительно сформировать понятие о противоположных лучах.

Отработка понятия «развернутый угол» позволяет повторить на новой основе вопросы, связанные с конгруэнтностью фигур и сравнением углов. По существу, здесь может (и должен) ставиться вопрос о доказательстве теоремы: «Все развернутые углы конгруэнтны между собой».

Сравнение углов с развернутыми позволяет разбить углы на три класса: бóльшие развернутого, конгруэнтные развернутому, меньшие развернутого. Это, в свою очередь, позволит упростить обозначения: если угол обозначается тремя буквами и нет специальных оговорок, то можно условиться считать, что речь идет об угле, который не больше развернутого.

Первоначальное знакомство с понятием «противоположные лучи» может быть организовано, например, с помощью таблицы «Прямая, луч, отрезок». Учащимся предлагается назвать изображенные здесь лучи с началом в указанной точке. При этом называется точка, принадлежащая прямой. Учитель сообщает, что такие лучи имеют особое название — противоположные. Здесь же показываются еще и другие пары противоположных лучей; лучи, не являющиеся противоположными. О каждой паре лучей сообщается, противоположны ли они. После того как учащиеся интуитивно начнут различать противоположные и непротивоположные лучи, можно предложить описать характерные особенности, позволяющие судить, являются ли лучи противоположными: 1) лучи имеют общее начало (пересечение лучей — точка), 2) они противоположно направлены. Уточняя последнее требование, можно сформулировать его так: «Объединением лучей является прямая».

С подмеченными свойствами необходимо организовать работу. Например, можно предложить построить лучи, которые имеют общее начало, но объединение которых не есть прямая; углы, объединением которых является прямая, но нет общего начала.

Каждый раз необходимо подчеркивать, что лучи, которые не удовлетворяют хотя бы одному условию, противоположными не являются.

Определение развернутого угла может быть введено с помощью кадра 15 диафильма «Углы и их виды». Для закрепления определения следует выполнить упражнения, указанные на кадрах 16—17 этого диафильма. Эти кадры полезно спроецировать на доску, чтобы можно было строить (мелом) развернутые углы для сравнения.

В начальной школе у учащихся уже должно сложиться представление о прямом угле. Здесь сложившиеся представления важно конкретизировать, показав, что прямой угол — половина развернутого, и сделать отсюда вывод, что все прямые углы конгруэнтны между собой.

Важно, особенно вначале, обеспечить с помощью учебного оборудования такую постановку вопросов, которая стимулирует использование определения, а не только привычных для учащихся эталонов прямых углов в чертежных треугольниках.

Одним из наиболее важных выводов, к которым должны прийти учащиеся в результате рассмотрения данной темы, является «эталонность» прямого угла: все прямые углы, как и все развернутые, *конгруэнтны между собой, а потому прямой угол может быть принят* за единицу при сравнении углов.

«Эталонность» прямого угла может быть отработана как путем непосредственного сравнения прямых углов (установлено, что сравниваемые прямые углы обязательно конгруэнтны), так и путем сравнения углов, меньших развернутого, с прямым. При таком подходе осуществится повторение ранее изученного материала (сравнение углов) и подготовка к новому (введение понятий «острый угол», «тупой угол»).

Начать работу удобнее всего с рассмотрения моделей прямого угла. Большинство учащихся умеют узнавать прямые углы среди других углов в чертежных треугольниках. Поэтому первоначальное знакомство с этим понятием можно начать непосредственно с наиболее важного для нас — установления связи с развернутыми углами. Учитель может приложить два прямых угла чертежных треугольников так, чтобы они образовали развернутый угол. Можно также составить развернутый угол, прикладывая две другие модели прямого угла (например, углы двух тетрадей).

После того как с помощью моделей прямых углов взаимосвязь между прямыми и развернутыми углами будет доведена до учащихся, к ней удобно еще раз возвратиться, рассмотрев кадр 18 диафильма «Углы и их виды». Желательно, чтобы описанный в кадре способ построения прямого угла перегибанием был здесь же показан учителем и осуществлен детьми. При этом может быть показан способ практического установления, является ли данный угол прямым: чертится угол, конгруэнтный данному, к его стороне прикладывается тот же угол и прочерчивается его вторая сторона. Если при этом образуется развернутый угол, то данный угол действительно составляет половину развернутого и потому прямой.

Для проведения описанной практической работы учащиеся должны иметь модели прямых углов и углов, немного отличающихся от прямых. Такой набор нетрудно изготовить из бумаги.

После того как учащиеся усвоят определение прямого угла, полезно поставить вопрос о конгруэнтности любых двух прямых углов. Доказательство может звучать, например, так:

«Известно, что развернутые углы конгруэнтны. Значит, и половины их (прямые углы) тоже конгруэнтны».

Особенно важно научить видеть прямые углы, образованные при пересечении двух прямых. Работу эту можно начинать задолго до того, как введен термин «перпендикулярные прямые». Следует учитывать, что при установлении перпендикулярности прямых приходится выполнять следующие операции:

1) отыскивать точку пересечения двух данных прямых;

2) отыскивать один из углов с вершиной в точке пересечения, образовавшейся при пересечении прямых (меньший развернутого);

3) сравнивать выделенный угол с прямым.

Если угол прямой, то прямые перпендикулярны.

С помощью учебного оборудования учитель должен иметь возможность проверить, умеют ли учащиеся выполнять каждую из перечисленных операций и их совокупность.

Формирование навыков построения перпендикулярных прямых отнесено программой к курсу V класса. В IV классе важно лишь дать первоначальное представление о перпендикулярных прямых и о проверке перпендикулярности с помощью чертежного треугольника.

Острые и тупые углы, как и прямой угол, привычны для учащихся. Задача состоит в том, чтобы усвоить определения этих углов.

Затруднения учащихся может вызвать двойное неравенство: тупой угол больше прямого и меньше развернутого. Нередко учащиеся опускают вторую часть этого определения. Поэтому важно предусмотреть средства обучения, фиксирующие внимание именно на этом.

Важным средством обучения при знакомстве с видами углов является таблица «Углы»: с ее помощью учитель имеет возможность организовать сколько угодно упражнений, в которых требуется сравнить данный угол с прямым, установить, является ли данный угол острым, прямым или тупым, и т. д.

При работе с таблицей учитель может, например, предложить учащемуся определить, является ли угол ABK прямым. Проверку следует проводить с помощью классного чертежного треугольника. При затруднении может быть использован приведенный в правой части таблицы справочный материал, где показано, как надо прикладывать угольник. Важно довести до учащихся мысль о том, что конгруэнтность всех развернутых углов, всех прямых углов, четвертых частей прямого угла и вообще любых частей развернутого или прямого угла позволяет использовать некоторую часть прямого или развернутого угла в качестве единицы измерения. Например, если сказано, что угол равен 1/10 прямого угла, то тем самым точно указано, какой угол взят. В настоящее время широко используется в качестве единицы девяностая часть прямого угла. Она имеет особое название — градус.

Знакомство с понятием «градус» может быть начато с рассмотрения кадра 25 диафильма «Углы и их виды».

Важно не просто прочитать приведенный в кадре текст и ответить на поставленный вопрос, но и обсудить определение. Приведем некоторые вопросы, которые целесообразно поставить, организуя обсуждение.

Изображен ли на рисунке угол в 1°? (Нет, на рисунке построены углы в 10°. Стороны остальных углов как бы стерты, оставлены лишь небольшие черточки, лежащие на лучах, проведенных через каждый градус, причем от лучей, проведенных через 5°, оставлены черточки побольше.)

Если кадр спроецирован на доску, полезно предложить провести луч так, чтобы образовался угол в 3, 23, 71° и т. д., выясняя одновременно, какой угол (острый, прямой и т. д.) получился. Если кадр спроецирован на экран, достаточно указать черточки, через которые следует проводить лучи.

Тот же кадр может быть использован для подсчета числа градусов, «умещающихся» в данном угле (угол может быть вырезан из бумаги и наложен на изображение на экране).

Целесообразно вести подсчет от какой-либо стороны, пересчитывая градусы. Учитель, а затем ученики считают, показывая на черточки: «Десять, двадцать, двадцать пять, двадцать шесть, двадцать семь».

Дети должны научиться видеть в транспортире модель развернутого угла, разделенную на градусы (линейка транспортира, снабженная риской, — прямая, на которой лежат стороны развернутого угла; сама риска — вершина угла; деления транспортира — следы лучей, делящих развернутый угол на 180 долей). Далее учащиеся должны сравнивать по определенному правилу данный угол с развернутым и подсчитывать, сколько при этом в данном угле уложилось градусов.

Знакомство с транспортиром как моделью развернутого угла может быть осуществлено, например, с помощью кадра 26 диафильма «Углы и их виды».

Кадр целесообразно спроецировать на доску, отметить вершину и стороны развернутого угла, начертить прямо по изображению какой-либо угол с той же вершиной,одна сторона которого совпадает со стороной развернутого угла, а затем предложить прочертить некоторые лучи, которые делят на градусы развернутый угол (например, через 10°), и подсчитать, сколько градусов содержит взятый угол.

Аналогичную работу следует выполнить и для угла, дополняющего взятый угол до 180°; это позволит обратить внимание на то, откуда следует вести отсчет.

Описанная работа может быть проделана несколько раз для разных углов.

Следующий кадр 27 позволяет поставить вопрос о том, каким образом следует прикладывать транспортир к данному углу (в зависимости от расположения угла), откуда следует начинать отсчет.

После работы с кадром 27 желательно показать таблицу «Измерение углов». Эта таблица справочная. Она должна висеть в классе, пока учащиеся не перестанут делать ошибки в использовании транспортира. В случае ошибки учитель должен потребовать найти сходное расположение сторон угла на таблице и предложить, используя таблицу, рассказать, как прикладывается транспортир и откуда следует вести отсчет. Затем следует приступить к работе по таблице «Углы». Учитель предлагает производить измерение тех или иных углов, изображенных на таблице, с помощью классного транспортира. Аналогичная работа может проводиться с помощью диапозитива 3 серии «Углы».

Научить детей измерять углы в любых положениях поможет также работа с диапозитивом 6 серии «Углы». Изображение следует использовать несколько раз, поворачивая диапозитив на 90, 180, 270° и переворачивая его другой стороной (всего возможно 8 положений). Каждый раз полезно выяснять, откуда вести отсчет, и пересчитывать деления.

Смежные углы. Все сказанное о важности отработки определения биссектрисы угла относится и к определению смежных углов.

Родовым понятием здесь является наличие двух углов, видовые отличия: 1) объединение углов — развернутый угол и 2) пересечение углов — луч. Необходимо продемонстрировать учащимся различные объекты, среди которых имеются смежные углы и углы, не являющиеся смежными. При этом существенно, чтобы среди последних были углы, обладающие первым свойством, но не обладающие вторым; углы, пересечение которых — луч, но объединение развернутым углом не является. Типы заданий, которые при этом целесообразно организовывать, можно заимствовать из соответствующего пункта ТПО.

В связи со смежными углами учащиеся знакомятся с теоремой о сумме величин смежных углов. И хотя слово «теорема» появится еще только в VI классе, с помощью учебного оборудования надо довести до учащихся общий характер этого утверждения. Например, сразу же после знакомства с определением можно указать на смежные углы и спросить, правильно ли сделаны измерения, если оказалось, что один угол равен 99°, а второй — 80°.

Рассмотренное свойство не является достаточным для того, чтобы углы были смежными. С помощью учебного оборудования (например, используя кодоскоп) легко показать, что углы, обладающие этим свойством, могут быть смежными, а могут и не быть смежными.

ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ IV КЛАССА

КИНОФРАГМЕНТЫ[1]

1. **Прямая.**
2. **Луч.**
3. **Угол.**
4. **Конгруэнтность фигур.**
5. **Измерение углов.**
6. **Перпендикулярные прямые.**
7. **Уравнение.**
8. **Дроби на числовом луче.**
9. **Десятичные дроби.**
10. **Переменная.**
11. **Среднее арифметическое.**
12. **Прямоугольный параллелепипед.**
13. **Изображение прямоугольного параллелепипеда.**
14. **Понятие объема.**
15. **Объем тела.**
16. **Объем прямоугольного параллелепипеда.**

ДИАФИЛЬМЫ[2]

1. **Линия, поверхность, геометрическое тело.**
2. **Линии на плоскости.**
3. **К урокам математики во II классе. Геометрический материал.**
4. **Геометрические фигуры и их взаимное расположение.**
5. **Мурашкина геометрия.**
6. **Изображение чисел фигурами.**
7. **Множество. Множество решений неравенства.**
8. **К урокам математики в I классе. Геометрический материал.**
9. **Углы и их виды.**
10. **Мурашка в Стране Углов.**
11. **Прямоугольный параллелепипед.**
12. **Объем прямоугольного параллелепипеда.**
13. **Доли величины. Дроби.**
14. **К урокам математики в III классе. Геометрический материал.**
15. **Точечные множества и операции над ними.**
16. **Как люди научились считать.**
17. **Треугольник и его элементы.**
18. **Диаграммы.**
19. **Прямоугольный параллелепипед и его объем.**
20. **Геометрические построения.**

---

[1] Сценарии кинофрагментов 1 — 11 приведены на с. 142—151. Кинофрагменты 12—16 выпущены студией «Школфильм».

[2] Все диафильмы, за исключением 19, описанного в книге «Комплексы учебного оборудования по математике» (с. 153—164), выпущены студией «Диафильм».

ДИАПОЗИТИВЫ[1]

1. Основные понятия геометрии.
2. Геометрический материал для I — II классов.
3. Измерение площадей.
4. Углы.
5. Задачи на составление уравнений. Весы.
6. Прямоугольный параллелепипед (ч. 1).
7. Прямоугольный параллелепипед (ч. 2).
8. Десятичные дроби.

ТАБЛИЦЫ[2]

1. Латинский алфавит.
2. Прямая, луч, отрезок.
3. Шкалы.
4. Множества.
5. Углы.
6. Весы.
7. Весы.
8. Прямоугольный параллелепипед.
9. Действия с десятичными дробями.
10. Измерение углов транспортиром.
11. Обыкновенные дроби.
12. Сложение и вычитание. Умножение и деление.
13. Формулы объема прямоугольного параллелепипеда.
14. Вычисление объема прямоугольного параллелепипеда.
15. Действия с единицей и нулем.
16. Законы арифметических действий (умножение).
17. Законы арифметических действий (сложение).
18. Знаки $\leqslant$ и $\geqslant$.
19. Пиши правильно.
20. Простые числа.
21. Операции над множествами.
22. Перпендикулярные прямые.
23. Параллельные прямые.
24. Виды треугольников.

ПРИБОРЫ, МОДЕЛИ, НАБОРЫ, ИНСТРУМЕНТЫ

1. **Углы и их виды.** Прибор описан в МШ[3], 1971, № 3, обложка.
2. **Шкалы.** Прибор описан в МШ, 1972, № 2, обложка.
3. **Весы.** Прибор описан в МШ, 1970, № 6, обложка.
4. **Числовая прямая.** Прибор описан в МШ, 1975, № 3, обложка.

---

[1] Серия 2 выпущена заводом № 4 «Физэлектроприбор», остальные серии выпущены студией «Диафильм».

[2] Таблицы 1—18 входят в серию «Таблицы по математике для IV класса». Изд. 2-е. М., «Просвещение», 1973.

Таблицы 20—24 входят в серию «Таблицы по математике для V класса». М., «Просвещение», 1972.

Таблица 19 самодельная. В нее по мере изучения вписываются слова: миллион, миллиард, отрезок, ломаная, параллельные, конгруэнтные, истинное, треугольник, четырехугольник, параллелепипед, переменная, миллиметр, километр, дециметр, тонна, килограмм, приближенное, биссектриса, транспортир, перпендикулярные, масштаб и др.

[3] Журн. «Математика в школе».

5. **Электросветовое табло.** Описано в МШ, 1975, № 5, обложка.
6. **Каркасный куб.** Выпускается.
7. **Доли и дроби.** Набор описан в МШ, 1971, № 5, обложка.
8. **Набор для лабораторных работ по измерению длин, площадей и объемов в IV — VIII классах.** Выпускается.
9. **Набор раздаточных отрезков.** Состоит из моделей, изготовленных из дерева, проволоки, пластика и т. д. Окраска моделей должна быть разнообразной, не зависящей от длины отрезка. В наборе отрезки:
   а) длиной от 50 до 95 мм — 40 шт.,
   б) длиной от 105 до 150 мм — 40 шт.,
   в) длиной 100 мм — 40 шт.
10. **Комплект цифр, букв и знаков с магнитным креплением.** Описан в МШ, 1975, № 3, обложка.
11. **Треугольники.** Демонстрационный набор, состоящий из двух треугольников со сторонами 32, 37 см и углом между ними в 35° и треугольника со сторонами 35, 37 см и углом между ними в 35°, изготовленных из картона, фанеры или пластика. Треугольники должны быть окрашены с обеих сторон в разные цвета.
12. **Набор геометрических тел.** Выпускается.
13. **Набор резиновых штемпелей.** Выпускается.
   а) Числовая прямая. Единичный отрезок — 1 см.
   б) Числовая прямая. Единичный отрезок — 0,5 см.
   в) Палетка 6×10 (сторона единичной клетки — 1 см).
   г) Палетка 4×7 (сторона единичной клетки — 1,5 см).
   д) Окружность, разделенная на 12 частей.
   е) Окружность, разделенная на 36 частей.
   ж) Прямоугольный параллелепипед.
   з) Куб.
   и) Транспортир.
   к) Таблица классов и разрядов.
14. **Классный метр.** Выпускается.
15. **Классный транспортир.** Выпускается.
16. **Классный треугольник.** Выпускается.
17. **Классный циркуль.** Выпускается.

ТАБЛИЦА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ УЧЕБНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

В приводимой здесь таблице указываются номера пунктов учебника «Математика-4» (изд. 1976 г.) и номера (по приведенному выше перечню) предметов учебного оборудования. В графах, относящихся к диафильмам и диапозитивам, в скобках указаны номера кадров. Кадры, отмеченные звездочкой(*), целесообразно проецировать на светлую классную доску или на пластиковый экран, чтобы на них можно было делать дополнительные изображения.

К некоторым пунктам учебника в таблице указано несколько названий диафильмов или диапозитивов. Это не означает, что необходимо использовать на уроках все эти средства обучения. Предполагается, что при изучении соответствующего пункта учебника учитель отберет из рекомендуемых те диафильмы и диапозитивы, которые более соответствуют цели урока и принятой методике преподавания.

Следует иметь в виду, что использование разнообразного учебного оборудования требует от учителя тщательной подготовки к уроку. Так, диафильмы и диапозитивы ранних выпусков не всегда соответствуют действующему учебнику в формулировках определений, в полноте изложения учебного материала, в принятой символике и формах записи.

В столбцах «ТПО» и «Диктанты» указаны материалы, данные в приложении; столбец «ТПО» содержит номера заданий тетради с печатной основой.

№ пункта	Кинофрагменты	Диафильмы	Диапозитивы	Таблицы	ТПО	Приборы, модели, наборы	Диктанты
1	2	3	4	5	6	7	8
1	—	—	—	19	1—3	4,13(к)	+
2	—	3(31*,32*,33*), 13(16*,17*,18*)	2(41,42,43), 3(10)	11	4—16	1,4,7, 13(а, б, в, г, д, е)	+
3	—	1(13*,14*,26*,27*), 2(2*), 3(2,4)	1(4*,6*,15)	1,2,19	17—27	9	+
4	—	—	1(10*,13), 2(18)	1,3	28—35	2,4, 13(а, б, д, е), 14,15	—
5	1	2(3,4*,5*,6*,7*, 8*,9,10,11*,12*, 13*), 3(3), 4(12*,13*,15*,29*, 30*,34*)	1(4*,5*,6*), 2(4*)	1,2,19, 23	36—44	—	+
6	2	2(14*,15,16,17*, 18*), 4(14*,31*,32*,33*, 36*)	1(4*)	1,2	45—50	—	+
7	—	6(10,11,12*,13*, 14*,15*,17),	2(39*)	2	51—56	4,13(а,б), 14	+
8	—	7(4—9), 16(3,4)	—	1,4	57—61	4,13(а,б)	+
9	—	7(11—21), 15(3,4*,5*,6*,7*, 8*), 16(3,4)	—	1,4	62—65	5	+
10	—	7(22,23)	1(5*)	1,4	66—71	4,5,13(а, б)	+
11	4	—	3(1*)	1,19	72—77	8,11	+
12	8	13(23*,24*,25*, 26*)	1(13,19)	3,6,7,11	78—81	4,10, 13(а,б)	+
13	—	—	—	1,4,19	82—88	5	+
14	12,13	11(3—9,10*,11*, 12*,13*,14*, 15*,16*,17*,18), 12(3,4), 19(2—5)	3(1*), 6(1—3,14*, 16,18*, 19*,20*)	1,8,19	89—97	6,12, 13(ж,з)	+
15	10	—	—	1,4,19	98—101	10	+
16	—	—	—	1,4,19	102—106	10	+
17	—	—	—	—	107—109	—	+
18	—	—	—	—	110—117	—	+
19	7	—	1(11*) 5(1—10), 6(17,18*, 19*,20*)	6,7	118—129	3, 10	+
20	—	—	—	6,7	130—135	3,4,10, 13(а,б)	+

№ пункта	Кинофрагменты	Диафильмы	Диапозитивы	Таблицы	ТПО	Приборы, модели, наборы	Диктанты
1	2	3	4	5	6	7	8
21	—	14(21—24)	2(30,35*, 36*,37*, 38*), 3(1*,2*, 3*, 4*), 6(8—11,18*, 19*,20*)	6,7,19	136—139	8	+
22	—	7(28—30)	—	18	140—144	4,10, 13(а,б)	+
23	—	13(19*,20*,21*)	—	11	145—147	4,7,10, 13(а,б)	+
24	14,15	12(9—16), 19(14—31)	7(1—3)	—	148—150	8	+
25	—	7(31—36)	—	6,7,18	151	4,10, 13(а,б)	+
26	16	12(17—32), 19(32—41)	6(18*,19*, 20*), 7(4—13, 15, 17,18—20)	1,13,14, 19	152—156	6,8,10, 13(ж,з)	+
27	—	—	—	3,19	157—158	4,9,10, 13(а,б)	+
28	—	4(24—25), 9(30,31), 15(12—17, 19—21)	1(5*), 3(1*,10*)	21	159—161	5	+
29	—	13(30*,31*)	—	1,15	162—167	4,13(а, б,в,г)	+
30	—	—	—	1,15,17	168—171	10	—
31	3	2(21*), 9(3*,4*,5*,6*, 7*,8*)	4(1*,2*,3*)	1,5	172—180	1	+
32	—	13(32,33)	—	1,12,15, 17	181—185	4,13(а, б,в,г)	+
33	—	9(9—11,13*)	2(20*), 4(3*,4*, 13, 15*)	1,5,19	186—187	1,13(д,е)	+
34	—	—	—	15,16	188—191	4,13(а, б,в,г)	+
35	—	—	—	15,16	192—193	10	+
36	—	9(15*,16*,17*)	4(3)	1,5	194—201	1	+
37	—	—	—	1,15,16	202—204	10	+
38	—	—	—	1,15,16	205—209	10	+
39	—	—	—	15,16,17	—	4,13(а, б,в,г)	—
40	—	—	1(18*)	1,6,7, 15,16,17	210—213	10	+
41	—	8(29,30,31*), 9(19)	2(19), 4(3,13)	1,5 —	214—220	1, 13(д,е)16	—
42	—	—	—	12,15,16	221—224	4,13(а, б,в,г)	+
43	—	9(20,21*,22*, 23*,24)	2(22), 4(3,13)	1,5	225—228	1,13(д, е),16	+
44	—	—	—	20	229—232	13(г)	+
45	—	—	—	20	233—242	13(в,г)	+

Продолжение таблицы

№ пункта	Кинофрагменты	Диафильмы	Диапозитивы	Таблицы	ТПО	Приборы, модели, наборы	Диктанты
1	2	3	4	5	6	7	8
46	—	—	—	20	243—250	13(в,г)	+
47	—	—	—	20	251—252	13(в,г)	+
48	—	—	—	—	253	13(в)	+
49	—	—	—	11	254—255	4,13(а,б)	+
50	—	—	—	—	256—270	7,13(а, б,в,г)	+ +
51	—	5	5(11—14,15*)	—	—	—	
52		—	7(14,16)	3	271	2,4,14	+
53	9	6(26,27)	8(1)	—	272	—	+
54	—	—	8(3*,4*,5)	6,7	273—275	4,10, 13(а,б)	—
55	—	—	8(2*)	—	276	13(к)	—
56	—	9(25)	—	—	277—281	13(д,е)	+
57	5	9(26*,27*)	4(6)	1,5,10, 19,24	282—293	11,13(к), 15	—
58	—	—	8(6*,7*,8*, 9*)	9,15,16, 17	294—296	4,13(а,б)	+
59	—	—	8(6*,7*,8*)	9,12,15, 16,17	297—298	4,13(а,б)	+
60	—	—	—	—	299—306	4,10, 13(а,б)	+
61	—	—	8(6*,7*,8*,9, 10*,11*,17*)	9,12,15, 16	307	4,13(а,б) —	+
62	—	—	8(8*,14)	9,16	308—311	—	+
63	—	9(35*,38*	4(3,5*,7*,8*, 9*,10*,15*)	1,5	312—316		+
64	—	—	8(7*,12*,13)	9,12,15 16	317	4,13(а,б)	+
65	—	—	8(8*,15,16*)	9,12,15, 16	318—322		+
66	6	2(29*,30*	4(3,5,13)	2,19,22	323—325	16	—
67	—	—	3(1*)	—	326—328	13(в,г,д, е)	+
68	—	6(8), 18(26—33)	—	—	329—330	1,7, 13(д,е),15	—
69	—	—	8(7*,8*,18*, 19*)	9,12,15, 16	331—334	4,13(а,б)	+
70	—	—	3(1*,2*)	19	335	—	+
71	—	20(36,37)	—	24	336—341	11,14,15, 17	—
72	11	—	8(6*,7*,8*)	9,12,16	342—344	4,13(а,б)	+
73	—	—	—	—	345—348	10	+
74	—	17(21,22)	—	—	—	16	+
75	—	17(14,15)	—	—	—	11	+
76	—	—	—	—	—	13(в,г,д, е)	+
77	—	10	8(20)	1,6,7,9, 12,13,15, 16,17,18	—	4	—
78	—	16	—	—	—	—	—

ПРИЛОЖЕНИЕ

ТЕТРАДЬ С ПЕЧАТНОЙ ОСНОВОЙ

В приводимом здесь тексте тетради с печатной основой (ТПО) вдвое уменьшены чертежи, многоточием обозначается место, куда учащийся должен вписывать текст.

Использовать этот материал можно по-разному, в зависимости от имеющихся возможностей. Наиболее предпочтительным вариантом является изготовление необходимого числа экземпляров ТПО (по числу учащихся) с помощью местной типографии, ротапринта или другого множительного устройства. В этом случае необходимо восстановить чертежи в натуральную величину, а многоточия заменить пропусками необходимых размеров (для этого учитель должен вначале решить задания сам). При печатании этих материалов на пишущей машинке можно определять длину пропуска из расчета два интервала на один знак вписываемого текста. Другие варианты — использование кодоскопа или широкоформатных диапозитивов, выписывание задания на классной доске, чтение задания вслух и т. п. В этом случае четвероклассники пишут в своих обычных тетрадях те слова, которых недостает в тексте задания, или же это задание обсуждается фронтально.

1. Обозначение натуральных чисел.

1. Прочтите текст и заполните пропуски.

Чтобы узнать, сколько целых десятков содержится в числе 378, достаточно закрыть одну цифру справа; в числе 378 содержится... целых десятков. Чтобы узнать, сколько целых десятков содержится в числе 453, достаточно закрыть одну цифру...; в числе 453 содержится... целых... . Чтобы узнать, сколько целых сотен содержится в числе 453, достаточно закрыть... цифры справа; в числе 453 содержится... целые... .

	Миллиарды			Миллионы			Тысячи			Единицы		
1												
2												
3												
4												
5												

Рис. 1

2. Заполните пропуски.

В числе 4387 содержится... целые сотни. В числе 4387 содержится... целые тысячи. В числе 5 244 961 содержится... целые тысячи. В числе 5 244 961 содержится... целых миллионов. В числе 20 000 504 содержится... целых миллионов.

3. Эту таблицу (рис. 1) заполните по указанию учителя.

2. Обозначение дробных чисел.

4. Разделите круг (рис. 2) на четыре равные части. Закрасьте одну часть. Закрашенная часть составляет... круга.

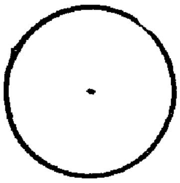


Рис. 2

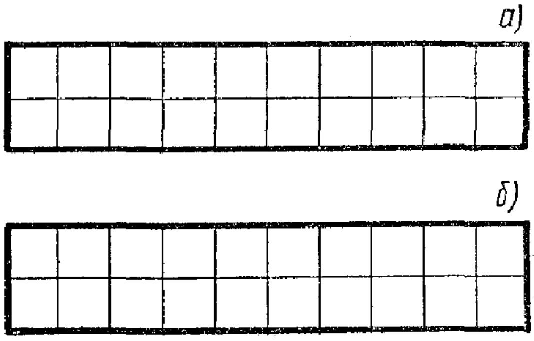


Рис. 3

5. Разделите каждый из прямоугольников (рис. 3) на 10 равных частей (разными способами). В каждом прямоугольнике закрасьте пятую часть. Одна пятая часть равна... десятым.

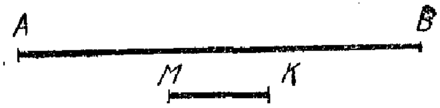


Рис. 4

6. Какую часть верхнего отрезка (рис. 4) составляет нижний отрезок? Ответ: нижний отрезок составляет... часть верхнего.

7. Разбейте прямоугольник (рис. 5) на три равные части. Закрасьте $\frac{1}{9}$ часть этого прямоугольника. Сколько девятых частей содержится в его третьей части? Ответ: в третьей части содержится... девятых... .

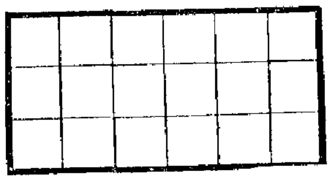


Рис. 5

8. Выделите цветным карандашом $\frac{2}{5}$ круга (рис. 6). Круг разделен на пять... частей; таких частей надо взять... .

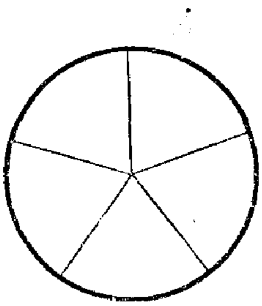


Рис. 6

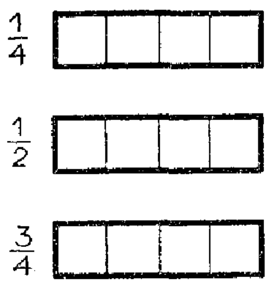


Рис. 7

9. Выделите цветным карандашом в каждом прямоугольнике (рис. 7) указанную часть.

10. На каждом отрезке (рис. 8) выделите цветным карандашом $\frac{3}{8}$.

11. Запишите в виде обыкновенной дроби, какая часть площади фигуры (рис. 9) закрашена в черный цвет.

Решение. Первая фигура разделена на... частей, поэтому знаменатель первой дроби.... . Вторая фигура разделена на... частей, поэтому зна-

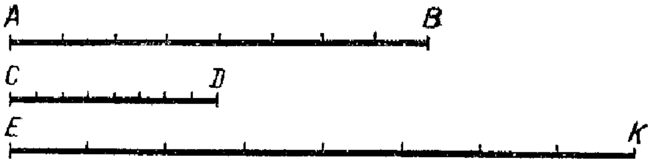


Рис. 8

менатель второй дроби... . Числители показывают, сколько... квадратов в каждой фигуре. В первой фигуре заштрихованных квадратов ... , поэтому числитель первой дроби ... . Во второй фигуре закрашенных квадратов ... , поэтому... второй дроби ... . Ответ: в первой фигуре закрашено... площади, во второй... площади.

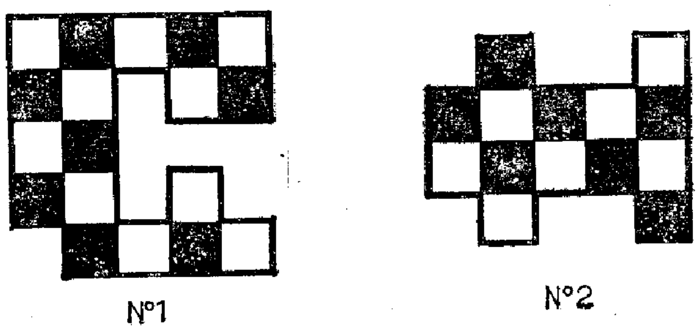


Рис 9

12. Допишите пропущенные числители и знаменатели.

$$\frac{1}{2}=\frac{\ }{4}=\frac{5}{\ }=\frac{3}{\ }=\frac{\ }{14}=\frac{\ }{20}=\frac{100}{\ }.$$

13. По плану рабочий должен выточить 12 деталей. В первый день он выточил 5 деталей. Какую часть плана он выполнил в первый день?

Решение. Весь план составляет... деталей. Одна деталь составляет... плана. 5 деталей составляют... плана. Ответ: в первый день рабочий выполнил... плана.

14. В классе 32 ученика. Из них 4 отличника. Какая часть класса — отличники?

Решение. Весь класс состоит из... . Один ученик составляет ... Четыре ученика ... . Ответ: ... всего класса — отличники.

15. В катушке 200 м ниток. На изготовление бумажного змея ушло 30 м ниток. Какая часть содержащихся в катушке ниток ушла на изготовление змея?

Решение. Во всей катушке... м ниток. Один метр составляет... всех имеющихся в катушке ниток. 30 м составляют... всех имеющихся в катушке ниток. Ответ: на изготовление бумажного змея ушло... содержащихся в катушке ниток.

16. Поезд прошел $\frac{2}{3}$ пути между пунктами A и B. Сколько километров прошел поезд, если расстояние от A до B равно 210 км?

Решение. Длина пути от A до B равна... км. $\frac{2}{3}$ пути от A до B равны... км. Ответ: поезд прошел... км.

3. Отрезок и его длина.

17. а) С помощью линейки проведите отрезок AB (рис. 10).

б) Заполните пропуски в следующих двух предложениях.

Концами проведенного отрезка являются точки... и ... . Этот отрезок можно обозначить двумя способами: ... или ... .

18. Проведите еще какие-либо две линии, соединяющие точки A и B (рис. 10).

19. С помощью линейки постройте отрезок AF (рис. 11). Отрезку AF принадлежат точки ... . Не принадлежат этому отрезку точки ... .

20. У отрезков AB и AC есть общий конец... (рис. 12). Начертите еще два отрезка с концом в точке A. Их другие концы обозначьте буквами E и D. Точка A является... концом отрезков AD, AC, ...

21. Заполните пропуски.

Отрезок AB (рис. 13) разделен на две... (равные, неравные) части AX и ... . Поэтому длины отрезков AX и XB... (составляют, не составляют) половину длины отрезка AB.

Рис. 10

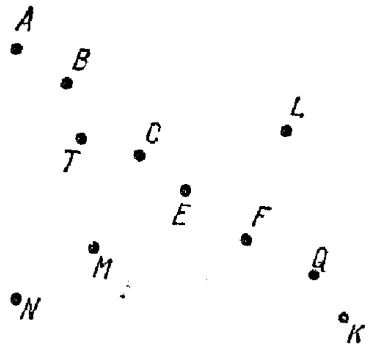


Рис. 11

22. а) Найдите $|AB|$ (рис. 14), приняв $[CD]$ за единичный отрезок.

Р е ш е н и е. $[CD]$ укладывается в $[AB]$... раз. Значит,... = 20.

б) Заполните таблицы (рис. 15).

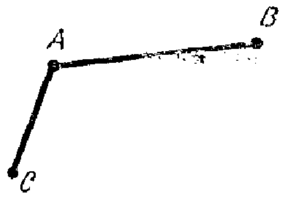


Рис. 12

Рис. 13

23. С помощью линейки измерьте длину ломаной $ABCDEF$ в мм (рис. 16). Заполните пропуски.

Р е ш е н и е. $|AB| =$ ... мм, $|BC| =$ ... мм, $|CD| =$ ... мм, $|DE| =$ ... мм, $|EF| =$ ... мм. Ответ: длина ломаной... равна... мм.

24. На луче MN (рис. 17) изобразите $[ST]$ так, чтобы $|ST| = |AB| + |BC| + |CD| + |DE|$.

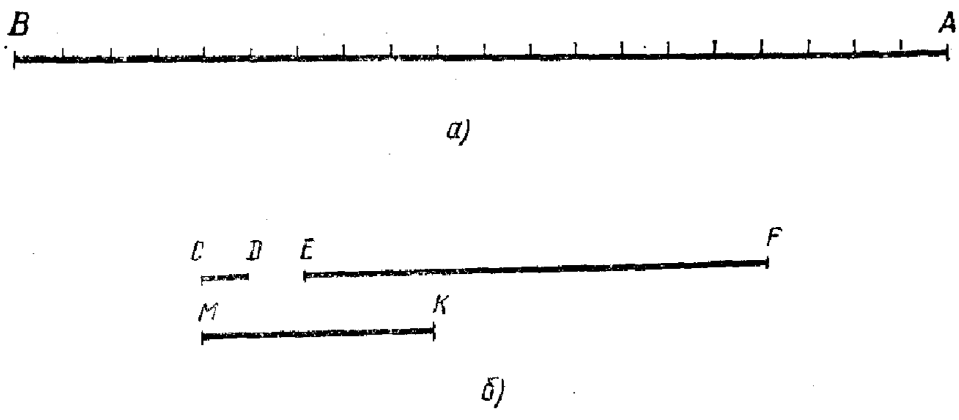


Рис. 14

Единичный отрезок	[CD]	[MK]	[EF]	[AB]
Длина отрезка AB				

Единичный отрезок	[CD]	[MK]	[EF]	[AB]
Длина отрезка EF				

Единичный отрезок	[CD]	[MK]	[EF]
Длина отрезка MK			

Единичный отрезок	[CD]	[MK]	[EF]
Длина отрезка CD			

Рис. 15

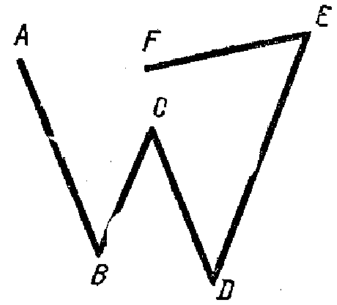


Рис. 16

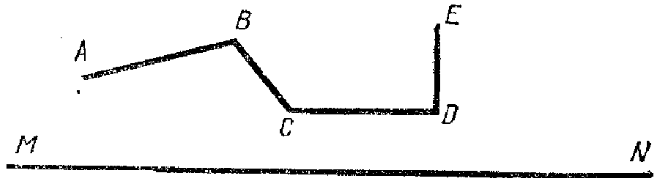


Рис. 17

25. Сравните длину стороны BC и сумму длин сторон AB и AC у треугольника на рисунке 18.

Решение. $|AB| = \dots$ мм, $|BC| = \dots$ мм, $|AC| = \dots$ мм, $|AB| + |AC| = \dots$ мм. Ответ: $|BC| \dots |AB| + |AC|$.

26. Сравните длину каждой из сторон треугольника (рис. 19) с суммой длин двух других сторон.

Решение. $|AB| = \dots$ мм, $|AC| + |BC| = \dots$ мм, $|AB| \dots |AC| + |BC|$.

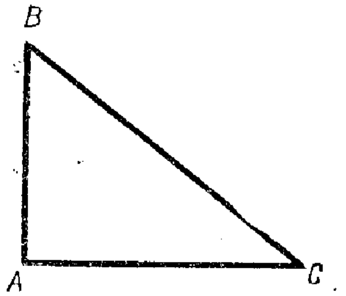


Рис. 18

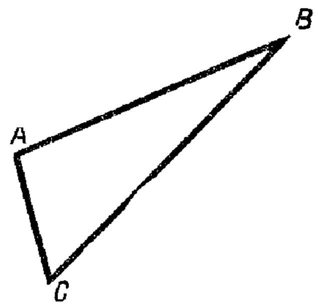


Рис. 19

$|AC| = \dots$ мм, $|AB| + \dots = \dots$ мм, $|AC| \dots |AB| + \dots$. $|BC| = \dots$ мм, $\dots + \dots = \dots$ мм, $\dots < \dots + \dots$.

27. Могут ли стороны треугольника равняться а) 7 см, 17 см, 24 см? б) 7 см, 17 см, 23 см? в) 7 см, 17 см, 25 см?

Решение. Если бы треугольник с указанными длинами сторон существовал, то сумма любых двух... этого треугольника была бы... третьей его стороны. Достаточно взять самую большую сторону треугольника и проверить, действительно ли ее длина ... .

а) Наибольшая сторона равна... см, сумма длин двух других сторон равна... см. Следовательно, такой треугольник... существовать.

б) ... , в) ... .

4. Шкалы.

28. Заполните пропуски.

а) Длина отрезка AB (рис. 20) равна... см.

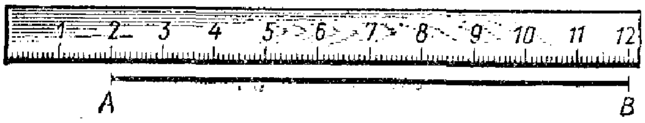
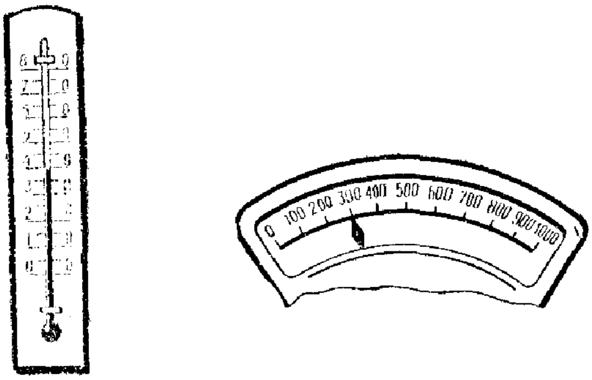


Рис. 20

б) Термометр (рис. 21) показывает... градусов.



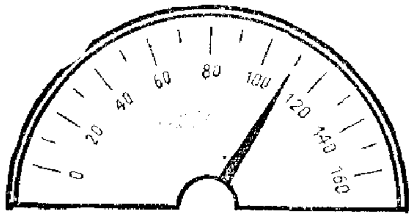
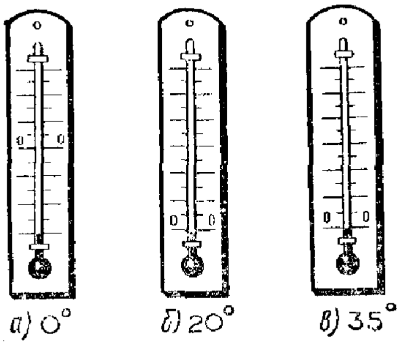


Рис. 21 Рис. 22

в) На весы положен груз массой в... г (рис. 21).

г) Автомобиль едет со скоростью... км в час (рис. 22).

29. Закрасьте столбики (рис. 23).



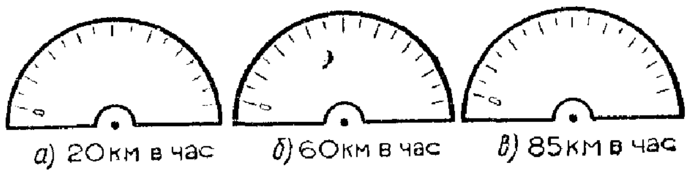


Рис. 23 Рис. 24

30. Нарисуйте стрелки (рис. 24), указывающие скорость движения.

31. Нарисуйте (рис. 25) стрелки, указывающие массу.

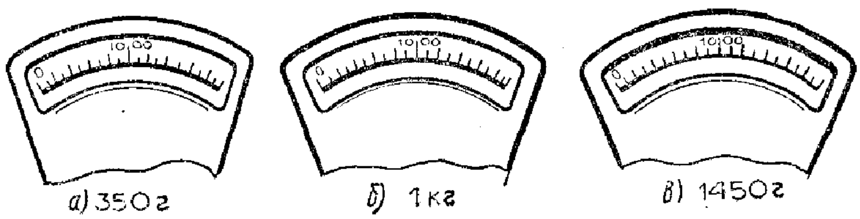


Рис. 25

32. Напишите число около каждого длинного штриха (рис. 26).

33. а) Около каждого длинного штриха (рис. 27) напишите нужное число.

б) Запишите показания каждого прибора. Термометр (рис. 28) показывает... градусов выше нуля. Спидометр (рис. 29) показывает скорость... км в час. Часы (рис. 30)... . Весы (рис. 31)... г.

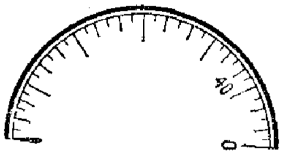


Рис. 26

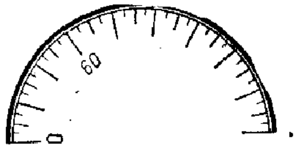


Рис. 27

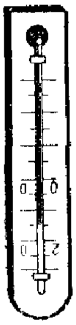


Рис. 28

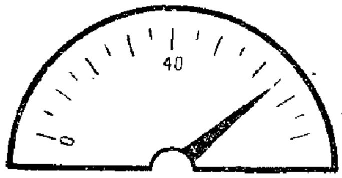


Рис. 29

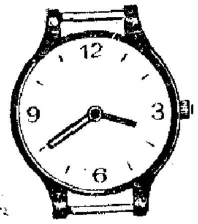


Рис. 30

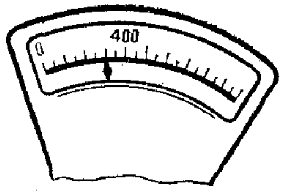


Рис. 31

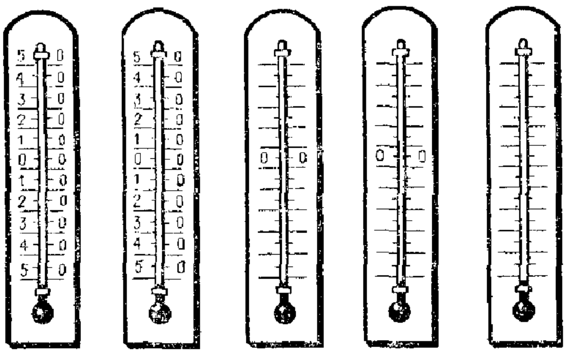


Рис. 32

34. Это задание (рис. 32) выполняется по указанию учителя.

35. Это задание (рис. 33) выполняется по указанию учителя.

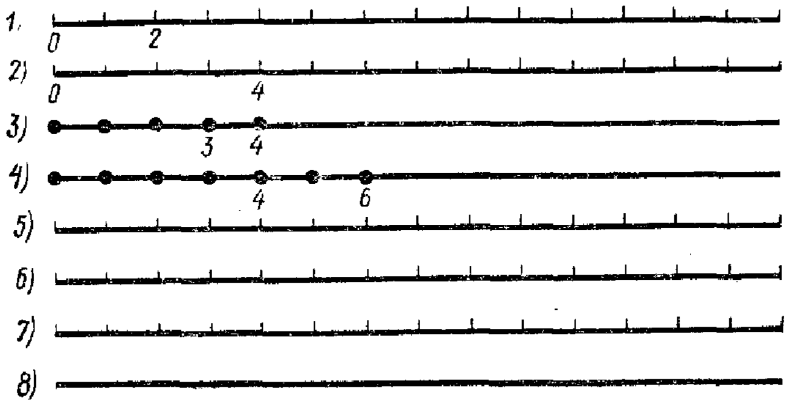


Рис. 33

5. Прямая.

36. а) Найдите на рисунке 34 прямую AO. Прочертите ее цветным карандашом, насколько позволяет чертеж. Напишите, как еще можно назвать (AO), пользуясь буквами чертежа. Ответ: ... .

б) Найдите прямую KA и прямую EC. Запишите, это одна и та же прямая или разные прямые. Ответ: (KA) и (EC) — ... .

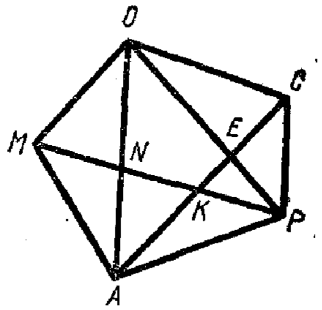


Рис. 34

37. Пользуясь линейкой, найдите точки пересечения прямой AB со сторонами четырехугольника $FCDE$ (рис. 35). Обозначьте точки пересечения буквами.

38. Найдите на рисунке 36 и обозначьте буквами точки пересечения, а) (MK) и (CD); б) (CD) и (EF). Ответ: (MK) и (CD) пересекаются в точке ..., (CD) и (FE) ... .

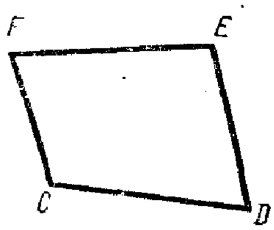


Рис. 35

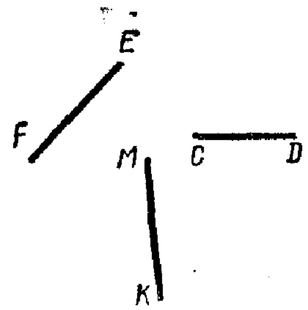


Рис. 36

39. Напишите, можно ли провести прямую через обозначенные на рисунке 37 три точки. Если можно, проведите. Ответ: через точки A, B, C провести прямую... ; через точки M, N, P провести прямую ... .

40. а) Проведите прямую EC (рис. 38).

б) Запишите, какие из изображенных на рисунке точек принадлежат прямой CE. Ответ: прямой CE принадлежат точки ...

41. На прямой CD (рис. 39) изобразите отрезок AB длиной 2 см, отрезок BC длиной 3 см и отрезок CB длиной 4 см.

42. Найдите на рисунке 40 прямую AK. Запишите, можно ли прямую AK обозначить (AB). Ответ: З ... .

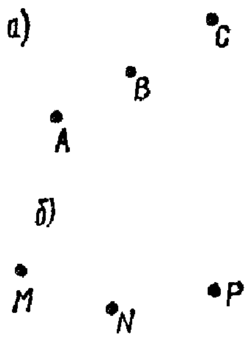


Рис. 37

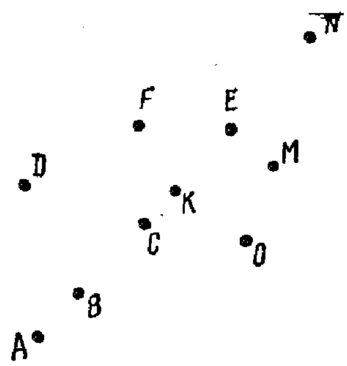


Рис. 38

Рис. 39

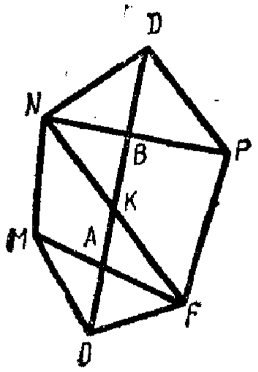


Рис. 40

43. Можно ли проехать, не пересекая прямую CD (рис. 41):

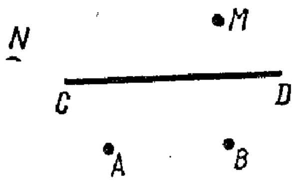


Рис. 41

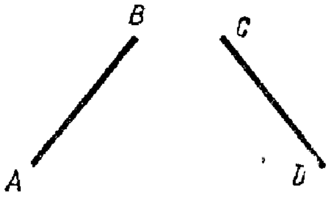


Рис. 42

а) из точки A в точку B; б) из точки A в точку M; в) из точки M в точку B; г) из точки N в точку M? Возможные пути нарисуйте цветными карандашами (по одному между двумя точками).

44. Пересекаются ли (AB) и (CD), $[AB]$ и $[CD]$ (рис. 42)? Параллельны ли (AB) и (CD), $[AB]$ и $[CD]$? Ответ: (AB) и (CD) ... ; $[AB]$ и $[CD]$ ... (пересекаются, не пересекаются); $[AB]$ и $[CD]$ ... (параллельны, не параллельны), так как они лежат на прямых (AB) и (CD), которые ... (параллельны, не параллельны).

6. Луч.

45. а) Найдите на рисунке 43 луч AB и прочертите его цветным карандашом до края листа.

Рис. 43

б) Точка A является... луча AB. Лучу AB принадлежат следующие указанные на рисунке 43 точки: ... .

46. Прочертите цветным карандашом до края листа луч KD (рис. 44). Подчеркните верные высказывания. Луч KD можно обозначить $[DK)$. Луч KD можно обозначить $[KP)$. Луч KD можно обозначить $[KB)$. Луч KD можно обозначить $[KM)$.

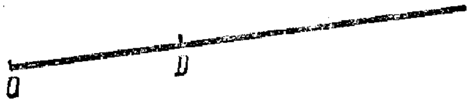


Рис. 45

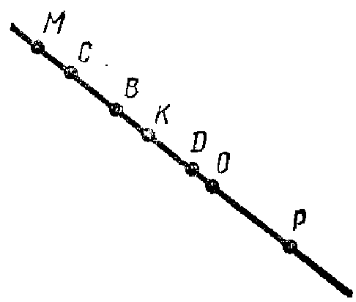


Рис. 44

47. а) На луче OD (рис. 45) отложите от его начала последовательно три отрезка по 3 см каждый.

б) На луче MH (рис. 46) последовательно отложите от его начала четыре отрезка по 2 см каждый.

в) На луче PQ (рис. 47) отложите от его начала отрезок 12 см.

48. Задание (рис. 48) выполняется по указанию учителя.

Рис. 46

Рис. 47

49. Можно ли проехать, не пересекая [CD] (рис. 49): а) из точки A в точку N; б) из точки M в точку B? Возможные пути нарисуйте цветными карандашами.

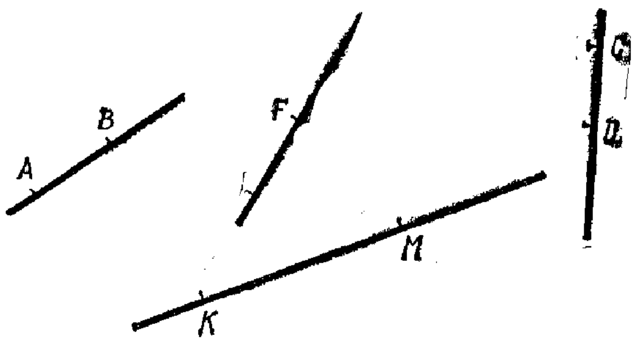


Рис. 48

50. Можно ли проехать, не пересекая ни одного из лучей AB, AC (рис. 50): а) из точки M в точку N; б) из точки N в точку K; в) из точки M в точку F? Возможные пути нарисуйте цветными карандашами.

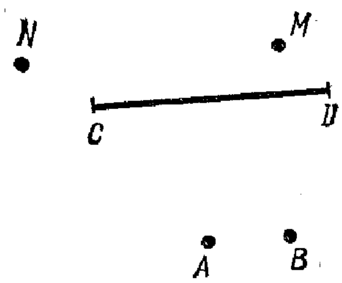


Рис. 49

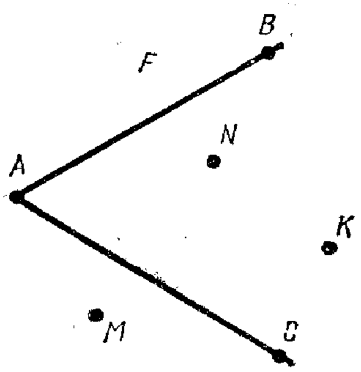


Рис. 50

7. Бесконечная шкала.

51. а) На луче AB (рис. 51) отметьте числа 2, 4, 9. Чему равна длина единичного отрезка в мм? Ответ: ... .

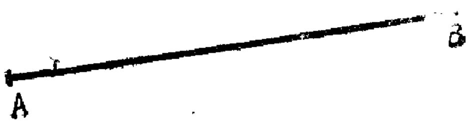


Рис. 51

Рис. 52

б) На луче OA (рис. 52) отметьте числа 0, 2, 5, 6, выбрав единичный отрезок, равный 2 см. Лежит ли на этом луче число 95? Ответ: число 95... на луче OA, так как луч ... .

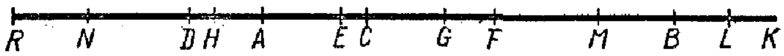
52. На луче OM (рис. 53) отмечено число 30. Отметьте на нем числа 40 и 60. Укажите длину единичного отрезка в мм. Ответ: ... мм.

Рис. 53

53. Обозначьте красным цветом и выпишите числа, которые лежат на числовом луче EF левее числа 13 (рис. 54). Ответ: левее числа 13 на числовом луче EF находятся числа ... .

Рис. 54

54. Выбрав единичный отрезок, равный 5 мм, запишите в таблицу (рис. 55), какому числу соответствует каждая изображенная на луче RK точка.



Буква	A	B	C	D	E	F	G	H	L	M	N	R
Соответствующее число												

Рис. 55

55. Это задание (рис. 56) выполняется по указанию учителя.

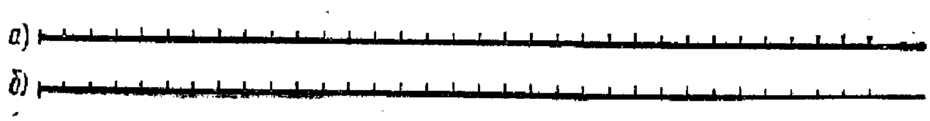


Рис. 56

56. Какое число соответствует точке B луча OB (рис. 57), если за единичный отрезок принят: а) отрезок CD; б) отрезок OD; в) отрезок OE; г) отрезок OB? Ответ: ... .

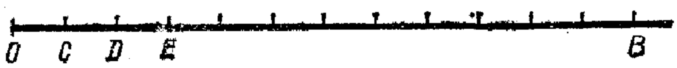


Рис. 57

8. Числовые множества.

57. Запишите различными способами множество, состоящее из чисел: 17, 0, 5. Ответ: 1) $\{17, 0, 5\}$; 2) $\{17, 5, 0\}$; 3) ...; 4)... ; 5) ... ; 6) ... .

58. Пустое множество обозначается знаком ... .

59. Отметьте на числовом луче OM (рис. 58) все числа, принадлежащие множеству $\{1, 4, 0, 7, 3, 9\}$; взяв единичный отрезок, равный 1 см.

Рис. 58

60. а) Запишите множество чисел, которые делятся на 3 и лежат между числами 10 и 20. Ответ: ... .

б) Запишите множество чисел, которые делятся на 6 и лежат между числами 10 и 20. Ответ: ... .

в) Запишите множество чисел от 10 до 20, которые делятся на 5. Ответ: ... .

г) Каждое из множеств изобразите на луче (рис. 59) цветными карандашами.

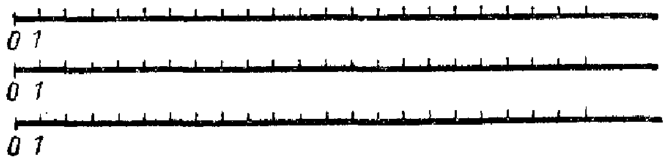


Рис. 59

61. Составьте множество двузначных чисел, при записи которых используются лишь цифры 3, 6, 7.

Решение. На первом месте в двузначном... может стоять по условию либо цифра 3, либо цифра ... , либо цифра ... . Если на первом... стоит цифра 3, то на... месте может стоять либо 3, либо ... , либо ... . Поэтому чисел, начинающихся с цифры 3, будет ... . Это числа 33, 36, ...

Чисел, начинающихся с цифры 6, тоже три. Это 63, ... , ... Чисел, начинающихся с цифры ... , тоже ... . Это ... . Значит, множество двузначных чисел, записываемых цифрами 3, 6,7, состоит из ... чисел. Ответ: ... .

Это же решение можно записать с помощью таблицы (рис. 60). Заполните эту таблицу.

		Вторая цифра		
		3	6	7
Первая цифра	3			
	6	63		
	7			77

Рис. 60

9. Множества с любыми элементами.

62. Проведите отрезки (рис. 61), принадлежащие множеству $\{KF, RD, OM, LN, CK, LP, EC, BO, AR, ER, FA\}$. Является ли $[OL]$ элементом этого множества? Ответ: ... .

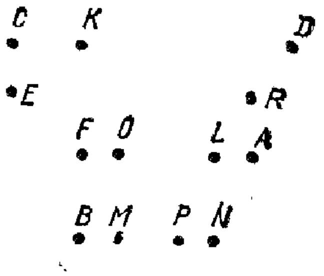


Рис. 61

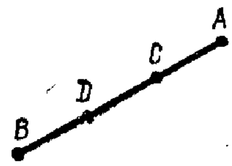


Рис. 62

63. Каким из отрезков с концами в указанных на рисунке 62 точках принадлежит точка C? Напишите множество этих отрезков. Сколько элементов в этом множестве? Ответ: ... .

64. Отметьте точку H на рисунке 63 так, чтобы она принадлежала четырем отрезкам с концами в указанных точках. Напишите множество этих отрезков. Ответ: ... .

Рис. 63

Рис. 64

65. Отметьте точку M на рисунке 64 так, чтобы она принадлежала трем отрезкам с концами в указанных точках.

10. Знаки $\in$ и $\notin$.

66. Заполните пропуски.

Любое множество можно обозначить заглавной... латинского ... . Например, множество $\{a, b, c\}$ ... обозначить буквой A. Это записывается так: $A = \{a, \ldots\}$. То же множество $\{a, b, c\}$ можно обозначить буквой ... . $B =$ ... .

Запись $M = \varnothing$ читается так: M ... .

67. а) Заполните пропуски.

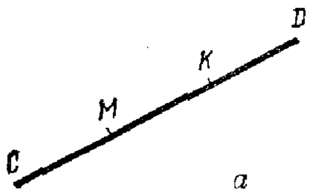
Пусть $M = \{5, a, +\}$. Тогда множеству M принадлежат элементы 5, ... и ... . Число 6 этому множеству ... .

б) Заполните пропуски знаками $\in$ («принадлежит») и $\notin$ («...»).

5 ... M, 6... M, $+$ ... M, 23... M, a... M.

68. В обычной речи слова можно переставлять: «5 принадлежит множеству M», «множеству M принадлежит число 5». Но при записи с помощью *знаков $\in$ и $\notin$ менять порядок нельзя*: вначале пишут обозначение элемента, потом $\in$ или ... , потом обозначение ... . Например, если множеству K принадлежит число 7, то это записывается только так: ... .

69. а) Запишите, что точка A принадлежит отрезку AB: ...



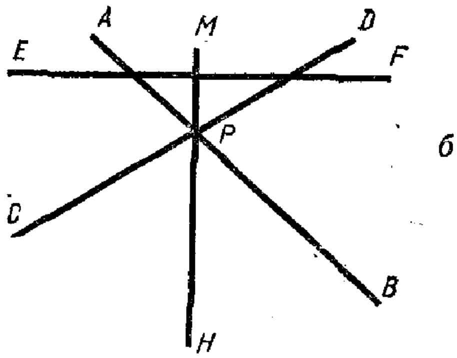


Рис. 65

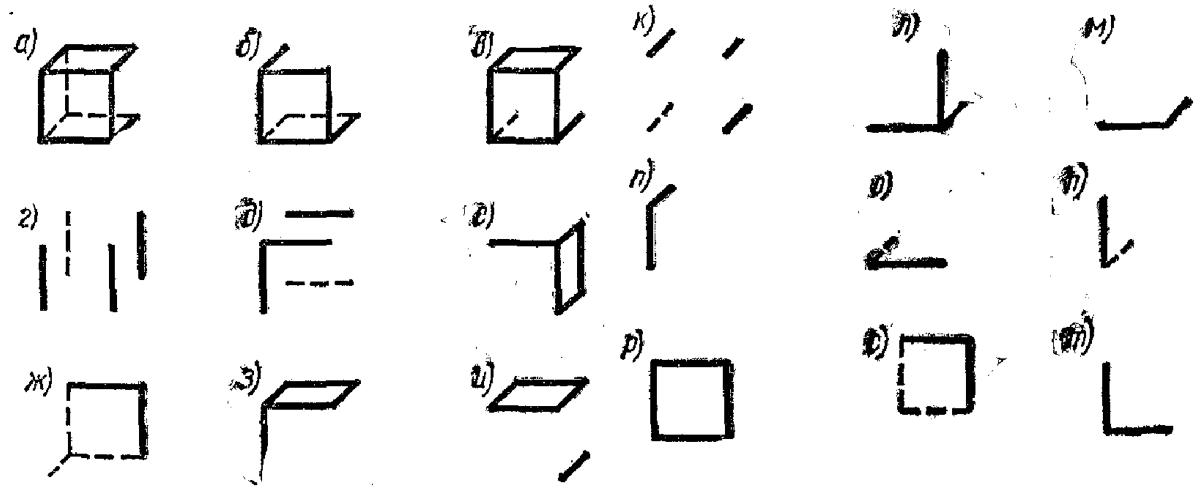


Рис. 66

б) Выпишите, какие точки принадлежат отрезку CD на рисунке 65, *а*: Ответ: ... .

в) Запишите с помощью знаков $\in$ и $\notin$, какие из отрезков AB, CD, EF и MH проходят через точку P (рис. 65, *б*). Ответ: P... $[AB]$, ...

70. Дорисуйте изображение куба (рис. 66).

71. а) Выполните штриховку задней грани куба (рис. 67, *а*) горизонтальными штрихами, а правой грани — вертикальными штрихами.

б) Раскрасьте видимые грани куба рис. 67, *б*) разными цветами.

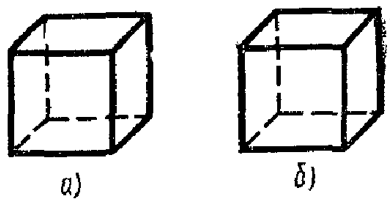


Рис. 67

11. Конгруэнтные фигуры.

72. Вырежьте фигуру A (рис. 68) и укажите, каким из фигур E, F, M, N она конгруэнтна.

Фигура A и фигура E конгруэнтны, так как фигуру A... (можно, нельзя) совместить с фигурой ... . Фигура A и фигура F ... , так как фигуру ... можно... с фигурой ... . Для этого нужно перевернуть фигуру A другой ... . Фигура A и ... M ... , так как ... . Фигура A и ... N ... , так как ... .

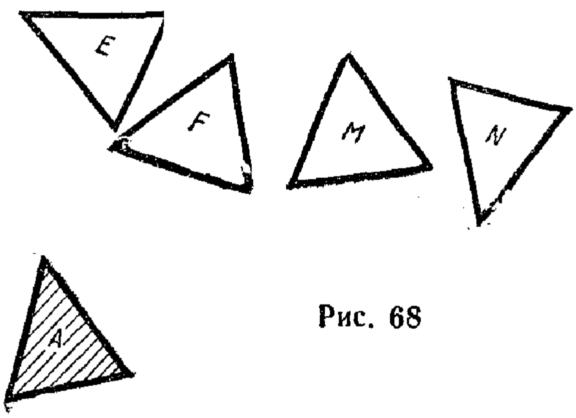


Рис. 68

73. Для каждой изображенной на рисунке 69 фигуры постройте справа конгруэнтную ей фигуру.

74. Вырежьте фигуру 1 (рис. 70) и установите, конгруэнтны ли между собой фигуры 1 и 2, 1 и 3, 1 и 4, 1 и 5. Ответ: фигуры 1 и 2 ... , так как их... совместить наложением. Фигуры 1 и 3 ... , так как... совместить ... . Фигуры 1 и 4 ... , так как ... . Фигуры 1 и 5 ... .

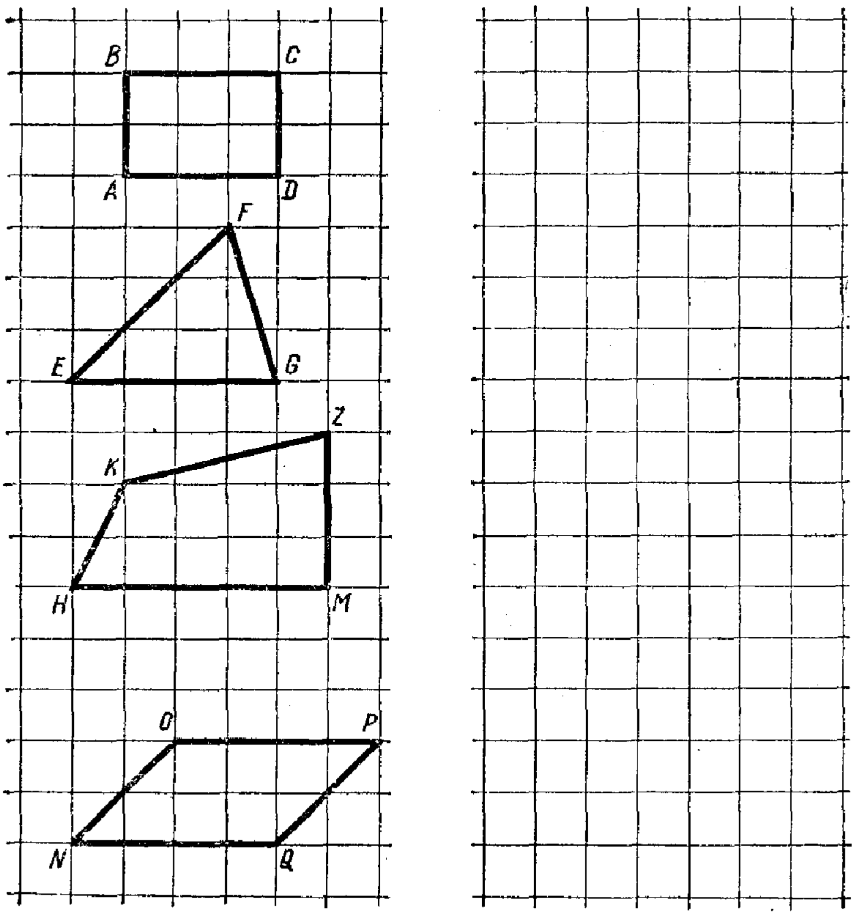


Рис. 69

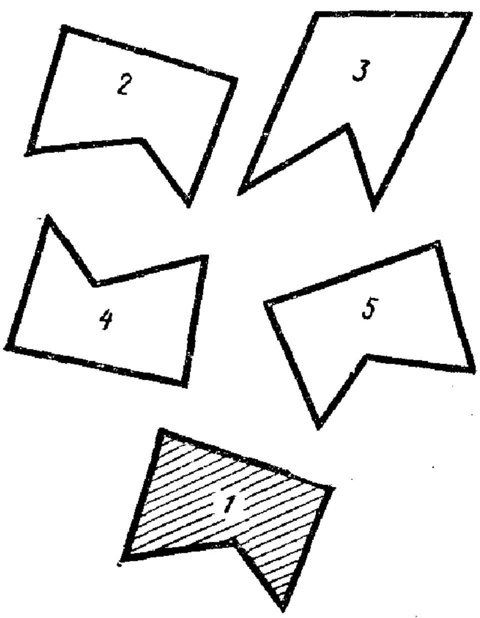


Рис. 70

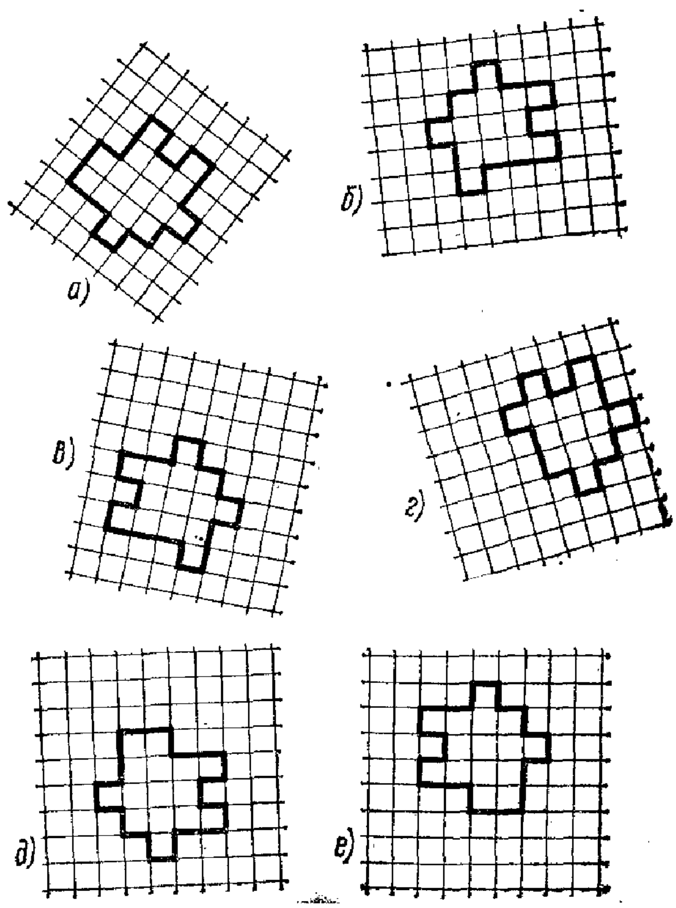


Рис. 71

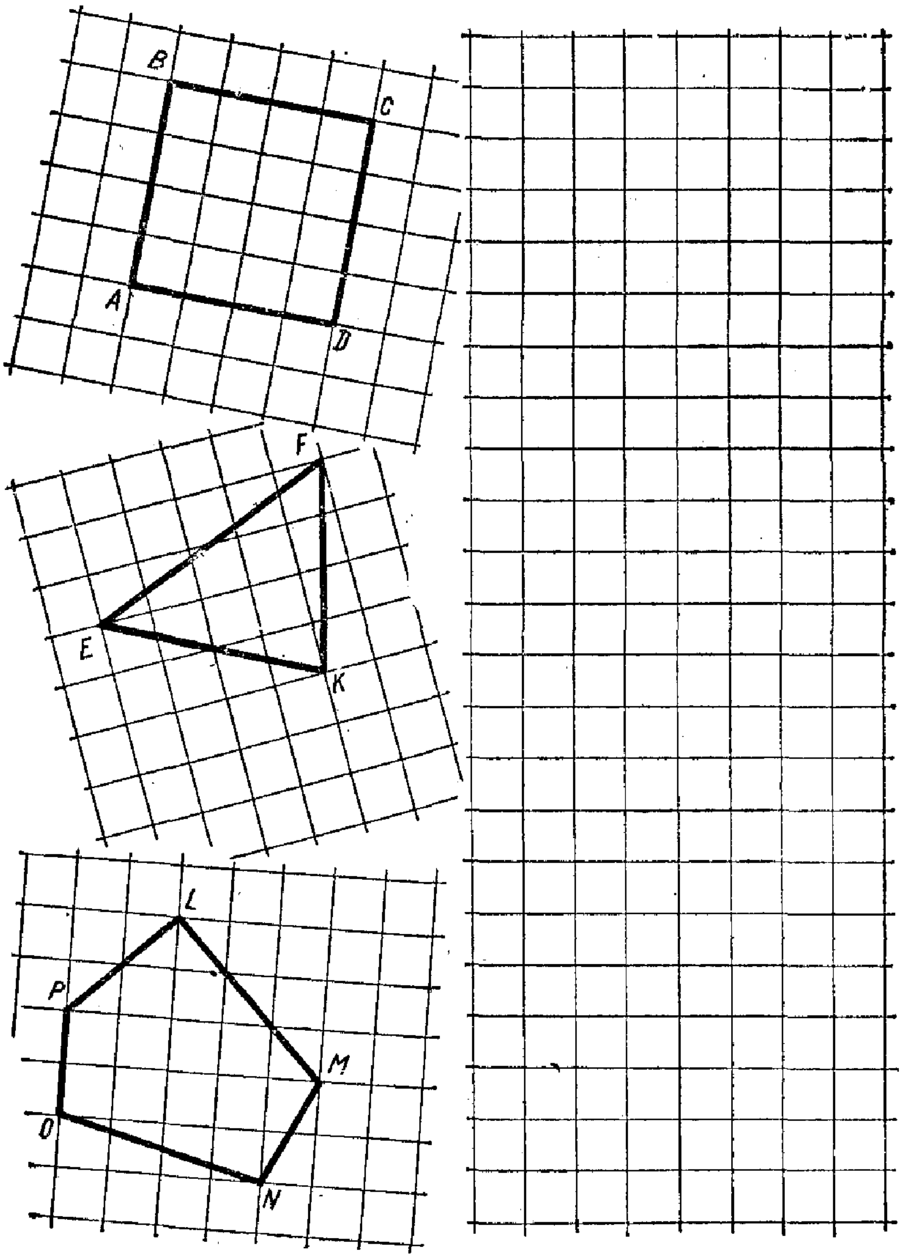


Рис. 72

75. Закрасьте одинаковым цветом конгруэнтные фигуры на рисунке 71. Укажите периметр каждой из них, считая сторону палетки единичным отрезком.

76. Для каждой фигуры, изображенной на рисунке 72, постройте справа фигуру, ей конгруэнтную.

77. Запишите множество изображенных на рисунке 73 отрезков, конгруэнтных $[AB]$.

Решение. Найдем длины всех отрезков:
$|AB|$ = ... мм, $|CD|$ = ... мм, $|EF|$ = ... мм, $|KL|$ = ... мм. $[AB]$ конгруэнтен ..., так как $|AB|$ = ... Ответ: ... .

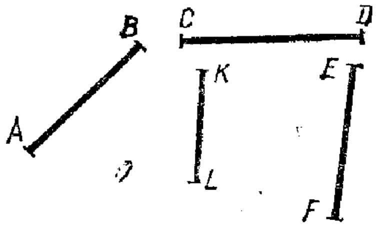


Рис. 73

12. Меньше или больше.

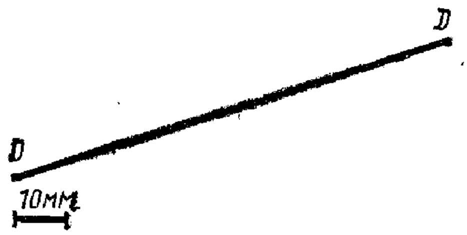


Рис. 74

78. а) Взяв единичный отрезок длиной 10 мм, отметьте на числовом луче OD (рис. 74) целые числа, меньшие 5, а также числа, большие 8, насколько позволяет размер страницы.

б) Обведите красным кружком точки, расположенные слева от числа 5.

в) Обведите синим кружком точки, расположенные справа от числа 8.

79. а) Взяв единичный отрезок длиной 1 см, расположите на числовом луче NH (рис. 75) столько натуральных чисел, сколько поместится на этом листе.

Рис. 75

б) Обведите зеленым кружком все числа на этом луче, которые меньше числа 11, но больше числа 6.

80. Сравните дроби $\frac{3}{25}$ и $\frac{8}{25}$. Ответ: $\frac{3}{25}$ ... $\frac{8}{25}$, так как у этих дробей одинаковые ... , а числитель первой дроби... числителя второй ... .

81. Сравните эти числа. Запишите результат с помощью знаков $>$, $<$ или $=$.

а) 772	812 ;	г) 1010	1011;
б) 159	158 ;	д) 2020	2002 ;
в) 3266	3260;	е) 46 872	55 761.

13. Истинно или ложно.

82. Вставьте вместо звездочек такие цифры, чтобы получились истинные высказывания.

а) $4286 < 42 * 6$;
б) $4286 = 42 * 6$;
в) $2 * 73 > 2873$;
г) $2 * 73 = 2873$.

83. Выпишите множество всех цифр, при подстановке которых вместо звездочки высказывание $5379 = 53 * 9$ становится ложным. Ответ: $\{0, ...\}$.

84. Вставьте знак $>$, $<$ или $=$ так, чтобы получились верные высказывания (равенства или неравенства).

а) $18 \cdot 6 ... 9 \cdot 12$; б) $8 \cdot 105 ... 1047 - 207$; в) $56 : 7 ... 42 : 6$; г) $160 \cdot 0 \cdot \cdot 120 ... 1$; д) $25 \cdot 8 ... 6003 : 3$; е) $56 - 8 ... 56 - 7$.

85. Вставьте вместо звездочек цифры так, чтобы получились истинные высказывания.

а) $60 * : 3 = 2 * 1$; б) $4005 - *** = 3006$; в) $978 : * = 326$;
г) $70 : 14 = *$.

86. Проверьте и запишите, какие высказывания относительно отрезков на рисунке 76 истинны и какие ложны: а) высказывание: $|BA| > |CD|$ ... ; б) высказывание: точка R принадлежит каждому из отрезков ER, EF, RF, KL ... , в) высказывание: $|OP| = |MN|$ ... ; г) высказывание: $|RL| < |CD|$ ... , д) высказывание: $|KR| > |RF|$ ... .

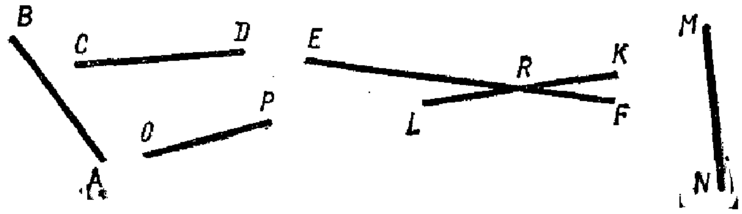


Рис. 76

87. Сделайте на рисунке 77 дополнительные построения, чтобы высказывания а), б), в), г), д) были верными: а) на луче GH точка K расположена левее точки L на 2 см; б) точки R и S лежат на отрезке MN, причем точка R принадлежит отрезку MS; в) точка X принадлежит отрезкам RN и SN; г) луч GO и луч GH имеют общее начало, причем точка X принадлежит лучу GO; д) отрезок KU больше отрезка KL.

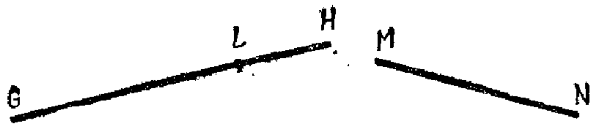


Рис. 77

88. На рисунке 78 изображены точки, отрезки и лучи. Глядя на рисунок, напишите шесть верных высказываний: ... .

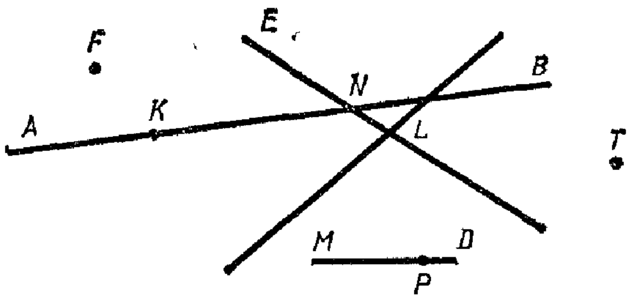


Рис. 78

14. Прямоугольный параллелепипед.

89. Заполните пропуски.

У прямоугольного параллелепипеда... граней. У прямоугольного параллелепипеда все грани ... .

90. Определите, является ли тело на рисунке 79 прямоугольным параллелепипедом.

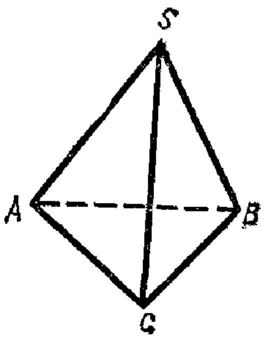


Рис. 79

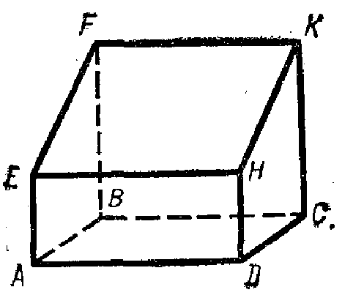


Рис. 80

Р е ш е н и е. У этого тела... граней, у прямоугольного параллелепипеда должно быть... граней. Ответ: это тело не является ... .

91. Определите, является ли тело на рисунке 80 прямоугольным параллелепипедом.

Р е ш е н и е. У этого тела... граней. У прямоугольного параллелепипеда тоже... граней. Посмотрим, все ли грани этого тела являются прямоугольниками. Грань $ABCD$ — прямоугольник; грань $AEHD$ — ... ; грань $BCKF$ — ... ; грань ... — ... ; грань... — ... ; грань... — ... . У прямоугольного параллелепипеда все грани прямоугольники. У тела $ABCDEFKM$ ... . Ответ: это тело — ... .

92. Определите, какие из тел на рисунке 81 являются прямоугольными параллелепипедами. Ответ: прямоугольными параллелепипедами являются тела ... . Тела... не являются прямоугольными параллелепипедами.

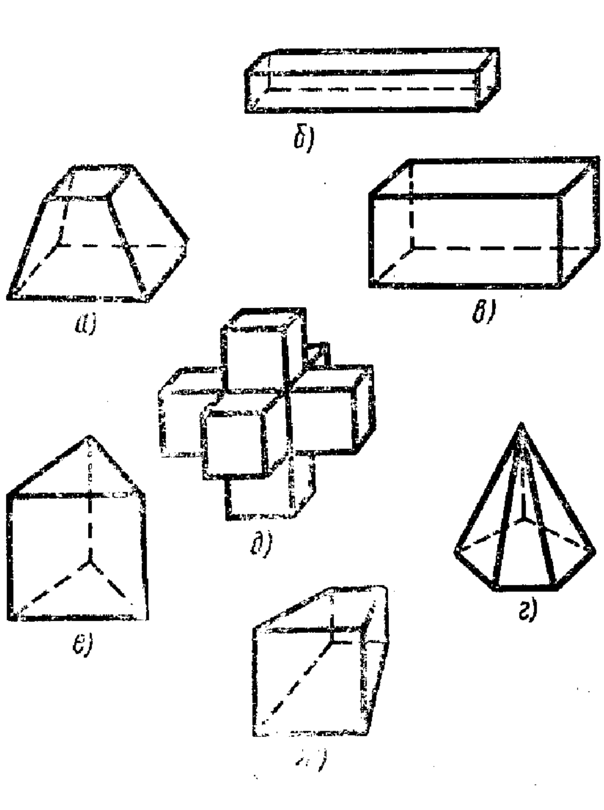


Рис. 81

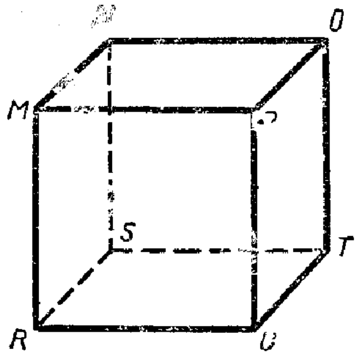


Рис. 82

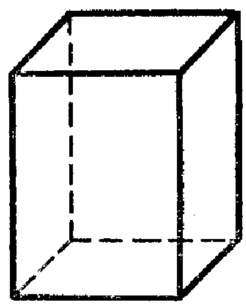


Рис. 83

93. Заполните пропуски.

У прямоугольного параллелепипеда... граней, ... ребер и ... вершин. ... — это такой прямоугольный параллелепипед, у которого все грани — конгруэнтные квадраты.

94. Прямоугольник имеет ... измерения: ... . Прямоугольный параллелепипед имеет ... (сколько?) измерения: ... . Прямоугольник, у которого оба измерения конгруэнтны между собой, называется ... . Кубом называется такой ... , у которого все... (сколько?) измерения... между собой.

95. Заполните пропуски (рис. 82).

$|UT| = |RS| = \ldots = \ldots$; $|RU| = \ldots = \ldots = \ldots$; $|RM| = \ldots = \ldots = \ldots$.

96. Обведите ребра изображенного на рисунке 83 прямоугольного параллелепипеда так, чтобы конгруэнтные ребра оказались окрашенными в один цвет.

97. Заполните пропуски.

У прямоугольного параллелепипеда верхняя грань конгруэнтна ... , левая грань... правой, передняя грань ... .

15. Переменная.

98. Заполните пропуски.

В предложении «a — зимний месяц» переменной является ... . Название месяцев, которые можно подставить вместо переменной, это ее ... . Для того чтобы предложение «a — зимний месяц» превратилось в верное высказывание, можно вместо... подставить ... .

99. Заполните пропуски.

В предложении «Пете задали задачу со страницы d учебника математики для четвертого класса» вместо ... можно подставить разные числа. Получатся ли верные высказывания, если вместо... подставить числа 3, 7, 110, 1350? Ответ: если подставить вместо d значение 3, то получится... высказывание; если подставить вместо d значение 7, то получится ... ; если подставить вместо d значение 110, то получится ... ; если подставить вместо d значение 1350, то получится... .

100. Прочитайте задачу и заполните пропуски.

В одном классе 30 учащихся, а в другом на x учащихся больше. Сколько учащихся во втором классе?

а) Здесь переменная ... . Если в эту задачу вместо буквы x подставить число 4, то ответ задачи будет такой: во втором классе... учащихся.

б) Если вместо x подставить число 6, то ответ задачи будет такой: ... .

101. В предложении «В эту неделю было z солнечных дней» переменная ... .

а) Если вместо z подставить число 5, то получится высказывание: «В эту неделю ... ».

б) Если вместо z подставить число 8, то получится высказывание: «В эту неделю ...» . Может ли это высказывание быть верным? Ответ: ... .

16. Предложение с переменной.

102. Напишите пять значений переменной x, при подстановке которых в неравенство $x < 1$ получаются истинные высказывания: ... .

Напишите пять значений переменной ... , при подстановке которых в это же неравенство получаются неверные высказывания: ... .

x	$x<10$	$x<100$	$x>10$	$x>100$
8	И	И	Л	Л
27				
103				
54				

Рис. 84

x	1	2	3	4	5	6
$7x$	7	14				
$60:x$	60	30				

Рис. 85

103. В таблице (рис. 84) буква И обозначает «истинно», а буква Л — «ложно». Заполните таблицу.

104. Из множества чисел $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ надо выбрать значения переменной x, при которых предложение «$7x > 60 : x$» становится верным высказыванием.

Р е ш е н и е. Составим таблицу значений левой и правой части этого неравенства (рис. 85). (Закончите заполнение этой таблицы самостоятельно.)

Предложение «$7x > 60 : x$» становится верным высказыванием при $x = \dots$, при $x = \dots$, при $x = \dots$, при $x = \dots$. Значит, при $x \in \{\dots\}$ получаем.. высказывания. Если же $x = \dots$ или $x = \dots$, то предложение «$7x > 60 : x$». становится неверным ..., т. е. при $x \in \{\dots\}$ получаем... высказывания.

x	1	2	3	4	5	6
$7x > 60 : x$						

Рис. 86

105. По результатам выполнения предыдущего упражнения заполните следующую таблицу (рис. 86), отмечая буквой И истинные высказывания, а буквой Л — ложные.

106. Подчеркните те равенства и неравенства, содержащие букву x, которые при подстановке вместо переменной x значения 2 становятся истинными высказываниями.

а) $2 \cdot x \cdot 3 = 12$;
б) $12 \cdot x < 12$;
в) $x + x > 246$;
г) $6 \cdot x \cdot 2 > 12$;
д) $x > 131$;
е) $x - 1 = 1293$.

17. Числовые выражения.

107. Запишите в виде выражений:
а) сумму чисел 924 и 897. ... ;
б) разность чисел 49 и 35. ... ;
в) произведение чисел 35 и 49. ... ;
г) частное от деления 1001 на 143. ... ;
д) сумму числа 26 и произведения $26 \cdot 5$. ... ;
е) разность произведения $5 \cdot 4$ и частного $27 : 9$ ... .

108. Заполните пропуски.
а) В выражении $(651 + 255) \cdot (1328 - 6 \cdot 8)$ последнее по порядку действие — ... .
б) В выражении $651 + (255 \cdot 1328 - 6 \cdot 8)$ последнее по порядку действие — ... .

109. Укажите, проставляя номера над знаками действий, правильный порядок выполнения действий.
а) $40\,875 + 302 \cdot 406 - 45\,789$;
б) $37\,624 - 11\,284 : 28 + 976$;
в) $4033 : (37 + 82\,512 - 79\,008)$;
г) $85\,408 - 408 \cdot 201 - 99$;
д) $15 \cdot (20\,800 - 3916) + 42$;
е) $(320 : 40 + 40) \cdot 2$.

18. Выражение с переменной.

110. Заполните таблицу (рис. 87). Множеством значений переменной x является ... . Множеством значений выражения $x + 7$ является ... .

Значение переменной x	0	1	3	4	5	6	7	8	9	10
Значение выражения $x + 7$										

Рис. 87

111. Заполните таблицу (рис. 88).

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$5040 : a$										

Рис. 88

112. Заполните таблицы (рис. 89—92).

y	42		101		29		100	
$y-29$		36		29		587		

Рис. 89

b	0	36		80	48		
d	2		15	5		120	
$b:d$		9	1		8	12	

Рис. 90

Значение переменной a	Значение выражения $13 \cdot a$
0	
1	
2	
3	
4	

Рис. 91

Значение переменной c	Значение выражения $c:13$
0	
26	
39	
52	
65	

Рис. 92

113. Составьте выражение с переменной по условию задачи.

В первой четверти в школе было 83 отличника, во второй стало a отличников. На сколько отличников стало больше во второй четверти, чем в первой? Решите задачу, если $a = 98$, $a = 102$. Ответ: получилось выражение с переменной: ... . При $a = 98$ это выражение имеет значение ... ; при ... .

114. Заполните пропуски.

Если тетрадь стоит a коп., то на покупку b тетрадей нужно потратить... коп.

Если тетрадь стоит c коп., то на 2 руб. можно купить... тетрадей.

На покупку тетрадей потрачено y коп., одна тетрадь стоит 2 коп.; значит, всего куплено... тетрадей.

Автомобиль проходит 1 км в одну минуту; значит, за 1 час он пройдет... км, а за x час он пройдет... км.

Велосипедист проехал 3 часа со скоростью y км в час; всего он проехал... км.

Путь 100 км мотоциклист проехал со скоростью y км в час; в пути он находился... час.

Одна сторона прямоугольника равна 7 см, а другая — 1 дм, периметр этого треугольника равен... см, а его площадь равна ... кв. см.

Периметр прямоугольника равен 20 см, а одна из его сторон равна m см; значит, вторая сторона равна... см, а площадь этого прямоугольника равна... кв. см.

Площадь прямоугольника равна S кв. см, а длина одной из его сторон равна a см; значит, длина второй стороны равна ... см, а периметр этого прямоугольника равен... см.

Из двух пунктов, расстояние между которыми 20 км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода: один — со скоростью a км в час, другой — со скоростью b км в час; через час после выхода расстояние между ними будет равно ... км.

Одна машинистка перепечатывает в час x страниц, другая перепечатывает в час y страниц; если они вместе работали 3 часа, а потом вторая машинистка работала еще 1 час, то за это время они перепечатали... страниц.

За день температура воздуха поднялась на 2 градуса и стала равна t градусам; значит, вначале воздух имел температуру... градусов.

За каждое слово в телеграмме платят 3 коп. и сверх того за отправку платят 10 коп.; если в телеграмме x слов, то всего нужно за нее заплатить... коп.

115. Прочитайте условия этих двух задач и ответьте на вопросы, выполняя нужные действия в задаче 1 и составляя нужные выражения в задаче 2.

Задача 1. В гирлянде 12 желтых, 3 белые и 6 зеленых лампочек.	Задача 2. В гирлянде a желтых, b белых и c зеленых лампочек.
а) Сколько всего лампочек в гирлянде?	
1) ... + ... + ... = ... ;	2) ... + ... + ...
б) Сколько цветных лампочек в гирлянде?	
1) ... ;	2) ... .
в) Сколько в гирлянде белых и желтых лампочек вместе?	
1) ... ;	2) ... .
г) На сколько желтых лампочек больше, чем зеленых?	
1) ... ;	2) ... .
д) На сколько белых лампочек меньше, чем желтых?	
1) ... ;	2) ... .
е) Во сколько раз цветных лампочек больше, чем белых?	
1) ... ;	2) ... .
ж) Сколько желтых лампочек в трех таких гирляндах?	
1) ... ;	2) ... .
з) Сколько зеленых лампочек в двух таких гирляндах?	
1) ... ;	2) ... .
и) Сколько цветных ламочек в пяти таких гирляндах?	
1) ... ;	2) ... .

116. Расстояние по шоссе между пунктами A и B равно 60 км. Из пункта A в B со скоростью 15 км в час выехал велосипедист. Через час из пункта A в том же направлении выехал мотоциклист со скоростью x км в час. Заполните пропуски.

Велосипедист проезжает в час... км. Мотоциклист проезжает в час... км. Расстояние между велосипедистом и мотоциклистом в тот момент, когда мотоциклист выехал из A, было равно... км. В момент, когда выехал мотоциклист, велосипедисту осталось ехать до пункта B... км, а мотоциклисту надо было проехать до B... км. После выезда мотоциклиста велосипедист ехал до B еще... часа. Мотоциклист ехал до B... час. Когда мотоциклист приехал в пункт B, он дожидался приезда велосипедиста ... час. Когда мотоциклист приехал в пункт B, велосипедисту осталось ехать до B... км. Всего велосипедист был в пути... час. Велосипедист затратил на путь из A в B на... час больше, чем мотоциклист. Мотоциклист проезжает в час на... км больше, чем велосипедист. Пока мотоциклист не догнал велосипедиста, расстояние между ними уменьшалось за час на... км. В момент выезда мотоциклиста велосипедист был впереди него на ... км. Мотоциклист догнал велосипедиста через... час. после своего выезда. Когда мотоциклист догнал велосипедиста, они были на расстоянии... км от пункта A.

117. Это задание (рис. 93) выполняется по указанию учителя.

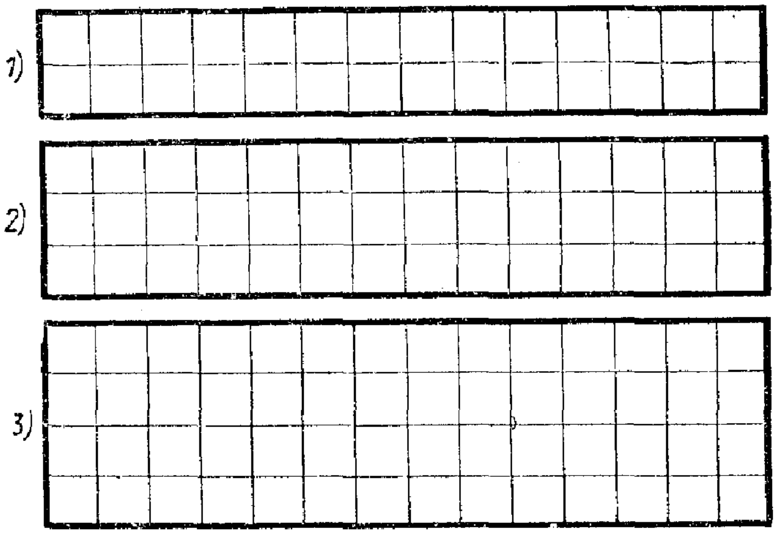


Рис. 93

19. Уравнение.

118. Подчеркните прямой чертой те записи, которые содержат переменную. Волнистой чертой подчеркните равенства.

$$8 = 2 \cdot 4;\ \ 7 > x + 5;\ \ 3 + a;\ \ 16 = 3 \cdot 9;\ \ b;\ \ c = 0;$$

$$+\ ;\ \ 7 \in A;\ \ d + 3 = 7;\ \ x + 7 = x \cdot 2.$$

119. Из задачи 118 выпишите равенства с переменными: ... . Эти записи — уравнения. Уравнением называется ... , содержащее ... . Запись является уравнением, если она удовлетворяет двум условиям: 1) является ... ; 2) содержит ... .

120. Является ли запись $x + 4 = 8$ уравнением?

Решение. 1) Запись $x + 4$... 8 равенством ... (является, не является). Первое условие... (выполняется, не выполняется).

2) Запись... $+ 4 = 8$... (содержит, не содержит) переменную. Второе условие ... . Ответ: $x + 4 = 8$ — ... (уравнение, не уравнение).

121. Является ли запись $3+x > 8$ уравнением?

Решение. Запись $3 + x$... 8 равенством ... (является, не является). Первое условие ... . Второе условие проверять... (нужно, не нужно)
Ответ: $3+x > 8$ ... уравнением.

122. Является ли запись $7 + 5 = 12$ уравнением?

Решение. 1) Запись $7 + 5$... 12... равенством. Первое условие ... .

2) Запись $7 + 5 =$ ... (содержит, не содержит) переменную.
Второе условие... (выполняется, не выполняется). Ответ: ... .

123. Найдите корень уравнения $24 \cdot c - 20 = 52$ среди чисел 1, 2, 3, 4, 5.

Решение. Заполним таблицу (рис. 94). Ответ: число... является корнем уравнения $24 \cdot c - 20$ ... , так как если вместо переменной ... подставить значение ..., то получим верное равенство ... — ... = ...

c	1	2	3	4	5
$24 \cdot c - 20$					

Рис. 94

124. Заполните пустые места в таблице (рис. 95) и найдите корень уравнения $a : 2 + 13 = a \cdot 2 + 1$. Ответ: корнем уравнения является число ... .

a	2	4	6	8	10
$a : 2 + 13$					
$a \cdot 2 + 1$					

Рис. 95

125. Среди элементов множества $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ найдите такие значения переменной x, при которых предложение "$x \cdot x = 2 \cdot x$" становится верным высказыванием.

Решение. Заполним таблицу (рис. 96). При x, равном ... , а также при x, равном ... , предложение «$x \cdot x = 2 . x$» становится верным ... . Ответ: .... .

x	0	1	2	3	4	5
$x \cdot x$						
$2 \cdot x$						

Рис. 96

126. Решите уравнение $130 - (x + 20) = 15$.

Решение. Левая часть уравнения представляет разность выражений ... и ... + ... Для того чтобы найти вычитаемое ... , нужно из уменьшаемого ... вычесть разность, т. е. $x + 20 =$ ... — ... . Значит, $x + 20 =$ = ... Поэтому $x =$ ... . Ответ: ... .

127. Решите уравнение $(16 + y) - 7 = 9$, сделайте проверку.

Решение. $16 + y =$ ... + ... $16 + y =$ ... . $y =$ ... — ... . $y =$ ... .

Проверка. При $y =$ ... левая часть уравнения принимает значение $(16 + \ldots) - 7 =$ ... . Полученное число... (равно, не равно) правой части. Уравнение решено ... (верно, не верно). Ответ: ... .

128. Из пункта M в пункт N вышел пассажирский поезд, проходящий в час 70 км. В тот же момент навстречу ему вышел скорый поезд со скоростью 90 км в час. Расстояние между пунктами M и N равно 480 км. Через x час. поезда встретились.

а) Заполните пропуски.

За один час скорый поезд проходит... км. За x час. он прошел ... км. За x час. пассажирский поезд прошел... км. За x час. оба поезда вместе прошли... + ... км.

Но по условию задачи известно, что через x час. поезда встретились, т. е. за x час. они вместе покрыли все расстояние 480 км. Значит, можно написать уравнение

$$... + ... = 480.$$

б) Решая это уравнение, можно найти x, т. е. узнать, через сколько часов встретились поезда. Ответ: поезда встретились через... час.

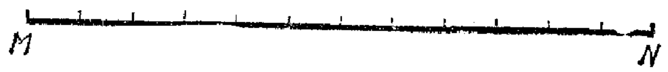


Рис. 97

в) На рисунке 97 укажите в масштабе 1 клетка = 40 км точку встречи поездов. Обозначьте эту точку буквой K. До встречи пассажирский поезд прошел от M... км, а скорый поезд от N... км.

129. Решите с помощью уравнения задачу.

В мотке было несколько метров проволоки. После того как от мотка отрезали 9 м проволоки, в мотке осталось 25 м. Сколько метров проволоки было в мотке первоначально?

Р е ш е н и е. а) Обозначим через x то, о чем спрашивается в задаче, т. е. сколько... было в мотке. В задаче сказано, что от мотка ... . Значит, в мотке осталось ... — 9 м проволоки.

Но в задаче сказано, что в мотке осталось... м. Поэтому... — ... = ...

Решим это уравнение: $x =$ ... .

Проверим полученное решение. Если от ... м, которые первоначально были в мотке, отрезать 9 м, то останется... м. Задача решена ... . Ответ: первоначально в мотке было ... м проволоки.

б) Запишем кратко решение этой задачи: x м — первоначальное число метров в ... ; $(x - 9)$ м осталось в мотке после того, как отрезали... м.

Уравнение: $x - 9 =$ ... ; $x = 25 +$ ... ; $x =$ ... . Ответ: первоначально в мотке было 34 м проволоки.

20. Неравенство.

130. Запишите, являются ли числа 30, 38 и 39 решениями неравенства $x + 2 < 40$.

Р е ш е н и е. Число 30 решением данного неравенства ... , так как если вместо переменной... подставить число ..., то левая часть неравенства окажется равной ... , а это...(меньше, больше, равно) 40.

Число 38 решением данного неравенства ..., так как если вместо ... подставить ..., то получим ... , а это... 40.

Число... решением неравенства ... , так как если ... .

131. а) Заполните таблицу (рис. 98).

x	0	10	15	20	25	30	35	40
$15+x$								

Рис. 98

б) Какие из приведенных в таблице значений переменных являются решениями неравенства $15 + x > 40$? Ответ: ... .

132. Решите неравенство $x < 1$.

Решить неравенство — значит найти множество его ... .

Решениями неравенства $x < 1$ являются числа 0, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$ и вообще любая дробь, у которой числитель... знаменателя. Ответ: множество, состоящее из числа... и всех дробей, у которых ... больше ... .

133. Запишите с помощью фигурных скобок множество натуральных чисел, являющихся решениями неравенства $x + 1 < 8$.
Отметьте решения на числовом луче (рис. 99). Ответ: ... .

Рис. 99

134. При каких целых x предложение $10 + x < 15 - x$ становится верным высказыванием, а при каких — ложным?

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$10+x$																
$15-x$																

Рис. 100

Решение. Составим таблицу (рис. 100). Из таблицы видно, что неравенство $10+x < 15-x$ верно при $x \in$ ... и неверно при других значениях x.
Ответ: ... .

135. Какие натуральные значения x являются

а) решением неравенства $12-2 \cdot x < 6 + x$;

б) решением неравенства $6 + x < 8 - x$;

в) решением неравенства $12-2 \cdot x > 8 - x$;

г) решением уравнения $12-2 \cdot x = 6 + x$;

д) решением уравнения $12-2 \cdot x = 8 - x$?

Решение. Составим таблицу (рис. 101). Ответ: ... .

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$12-2x$								
$6+x$								
$8-x$								

Рис. 101

21. Площади.

136. Заполните пропуски (рис. 102).

Квадрат со стороной 1 мм называется квадратным ... . Квадрат со стороной ... называется ... сантиметром. ... со стороной 1 дм называется ... .

137. Докажите, что в 1 кв. дм содержится 100 кв. см.

Доказательство. В 1 дм... см. Для того чтобы подсчитать, сколько квадратных ... содержится в 1... дм, разделим квадратный дециметр на полосы шириной 1 см (рис. 103). Таких полос получилось ... , так как в 1 дм содержится... см. Теперь возьмем одну такую полосу и разделим ее на квадратные ... (рис. 104) В одной полосе... кв. см, так как в 1 дм ... . А так как таких полос в квадратном дециметре ... , то всего квадратных сантиметров в 1 кв.дм... . ... = ...

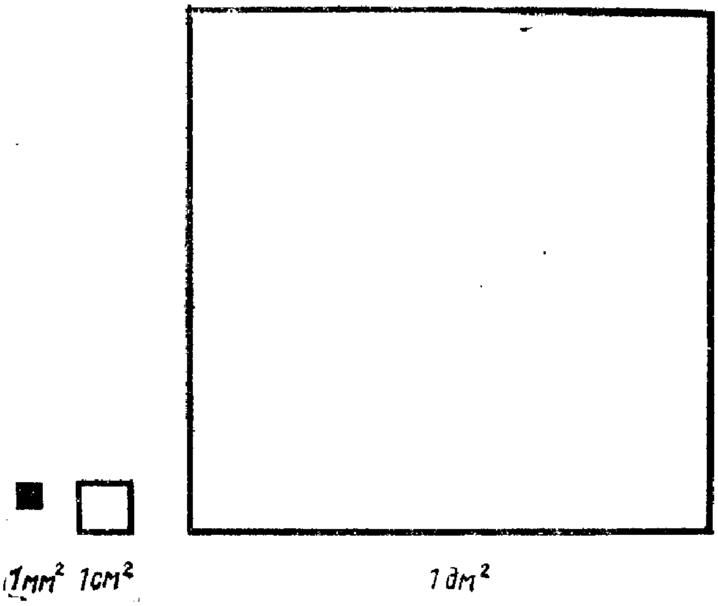


Рис. 102

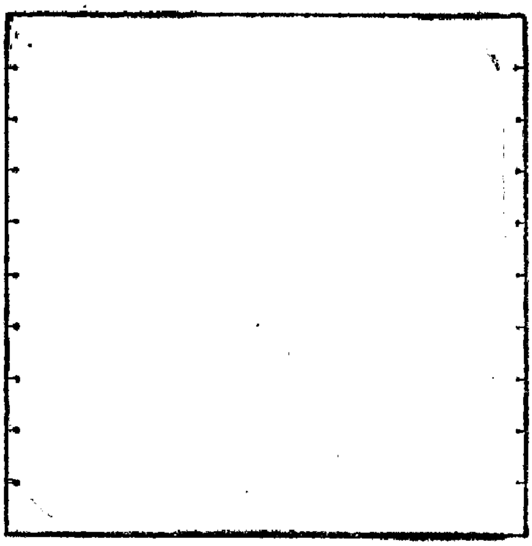


Рис. 103

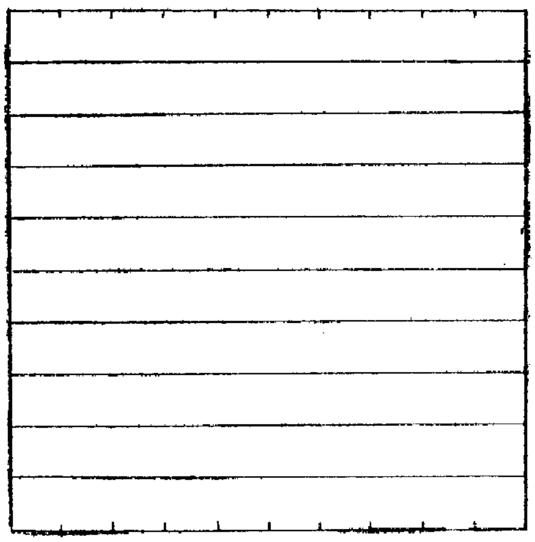


Рис. 104

138. Сторона одной клетки равна 1 см. Чему равна площадь каждой из фигур, изображенных на рисунке 105? Ответ: ... .

139. Укажите, сколько мелких единиц содержится в более крупных единицах.

В 1 см... мм; в 1 дм... мм; в 1 м... дм; в 1 м... см; в 1 см²... мм²; в 1 дм²... мм²; в 1 м²... дм²; в 1 м²... см².

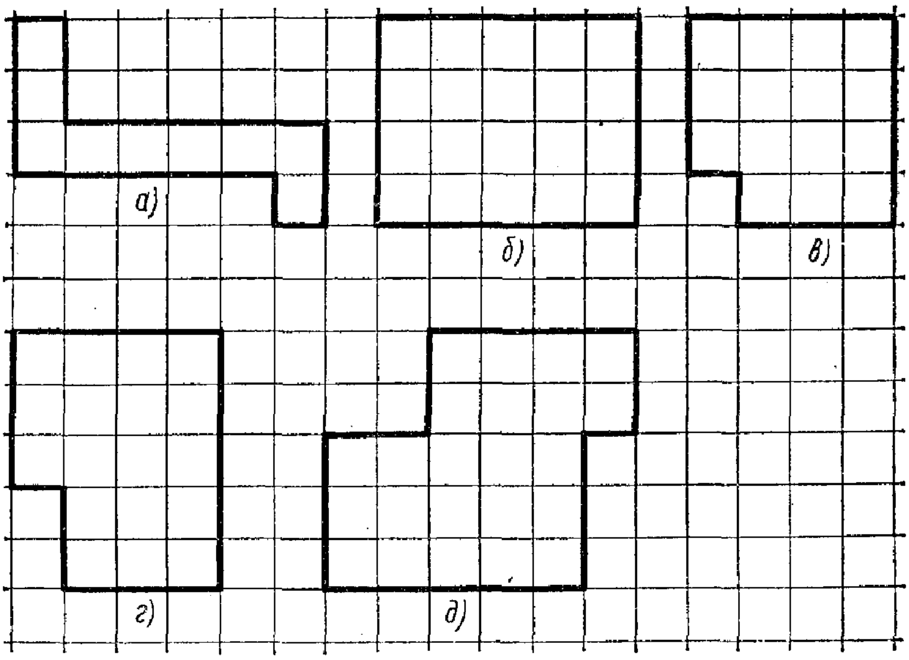


Рис. 105

22. Знаки $\leqslant$ и $\geqslant$.

140. Подчеркните прямой чертой те истинные высказывания, которые содержат знак $=$, а волнистой те истинные высказывания, которые содержат знак $<$: $2 < 5$; $3 = 8$; $10 < 2$; $6 = 6$.
Выпишите подчеркнутые высказывания: ... . Из этих высказываний можно получить верные высказывания, записываемые с помощью знака нестрогого неравенства $\leqslant$ («меньше или равно», «не больше»): 2...5; 6...6.

141. Истинны ли высказывания: а) $7 \leqslant 8$; б) $6 \geqslant 6$; в) $5 \leqslant 5$; г) $10 \geqslant 1$; д) $9 \leqslant 5$?

Решение. Высказывание $a \leqslant b$ истинно, если истинно одно из высказываний: 1) $a < b$ или 2) ... . Высказывание $a \leqslant b$ ложно, если $a > b$.

а) $7 \leqslant 8$ ... (истинно, ложно), так как $7 < 8$;
б) $6 \geqslant 6$ ... , так как... = ... ;
в) $5 \leqslant 5$ ... , так как ... ;
г) $10 \geqslant 1$ ... , так как ... ;
д) $9 \leqslant 5$ ... , так как ... .

142. Найдите все натуральные решения неравенства $x \leqslant 7$.

Решение. Неравенство $x \leqslant 7$ обращается в истинное высказывание в двух случаях: когда $x <$ ... и когда x ... .

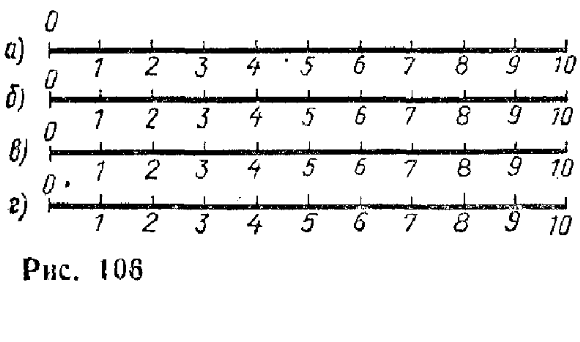


Рис. 106

Неравенство $x < 7$ становится истинным при натуральных значениях x, взятых из множества $\{1, \ldots\}$. Равенство $x=7$ верно при $x \in$ ... . Ответ: ... .

143. Отметьте на луче (рис. 106) натуральные решения неравенств: а) $y < 7$; б) $y \leqslant 7$; в) $y > 7$; г) $y \geqslant 7$.

Сторона квадрата m	Периметр квадрата $4 \cdot m$
$m < 5$	$4m$ 20
$m = 11$	
$m > 17$	
$m \leqslant 21$	

а)

Сторона квадрата x	Площадь квадрата $x \cdot x$
$x > 8$	$x \cdot x$ 64
$x < 9$	
$x = 10$	
$x \geqslant 11$	

б)

Рис. 107

144. Заполните пустые места в таблицах (рис. 107).

23. Правильные и неправильные дроби.

145. а) С помощью фигурных скобок напишите множество A правильных дробей со знаменателем 4 и отметьте их на числовом луче.

б) С помощью фигурных скобок напишите множество B, состоящее из неправильных дробей со знаменателем 4, помещающихся на начерченной части числового луча (рис. 108). Отметьте эти числа на луче. Ответ: $A =$ ... ; $B =$ ... .

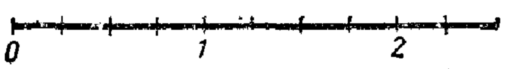


Рис. 108

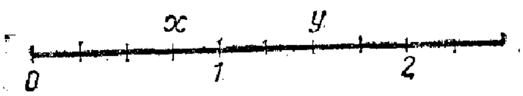


Рис. 109

146. Запишите в виде дроби числа, изображенные точками x и y (рис. 109). Это правильные или неправильные дроби? Ответ: точка x изображает число... . Это... дробь, так как у нее числитель... знаменателя. Это число... (меньше, не меньше) единицы. Точка y изображает число ... . Это... дробь, так как у нее числитель... знаменателя. Это число... (меньше, не меньше) единицы.

147. а) Если дробь меньше единицы, то она ... , так как у нее числитель ... знаменателя. Пример: ... .

б) Если дробь больше единицы, то она ..., так как у нее... меньше ... . Пример: ... .

в) Если дробь равна единице, то она ... , так как у нее числитель ... . Пример: ... = 1.

24. Объемы.

148. Определите объем тела (рис. 110).

Р е ш е н и е. Чтобы узнать объем тела, нужно сосчитать, сколько в нем содержится ... . В этом теле содержится... кубических ... .

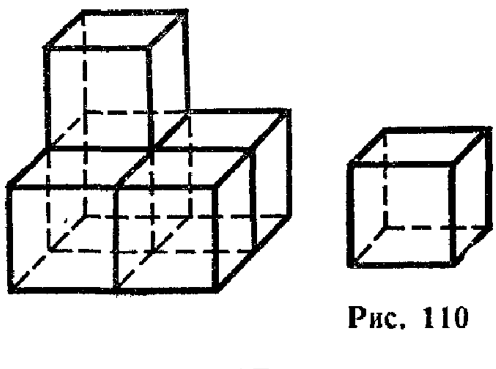


Рис. 110

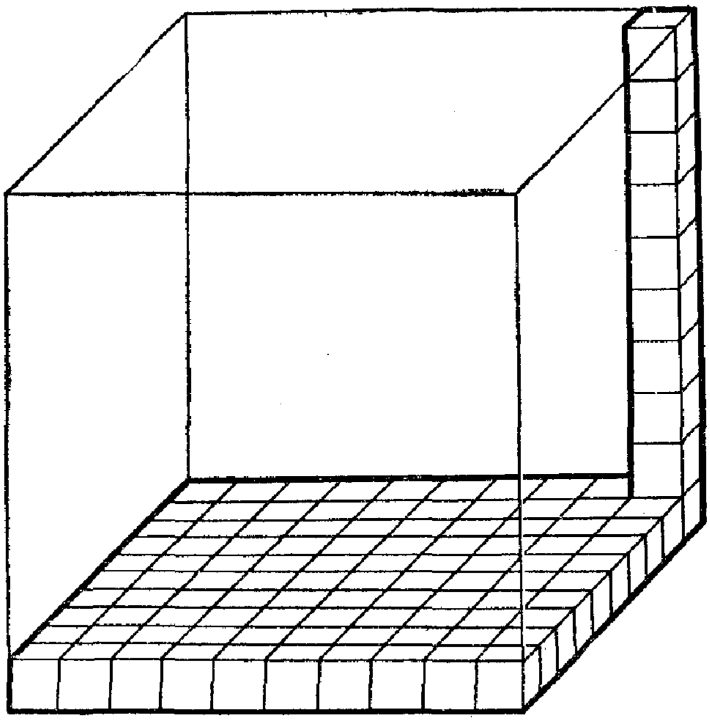


Рис. 111

149. Докажите, что в одном кубическом дециметре содержится 1000 кубических сантиметров (рис. 111).

Доказательство. В одном дециметре ... . Поэтому можно кубический дециметр разделить на 10 слоев толщиной ... . Каждый слой можно разделить на... кубических сантиметров, так как в основании каждого слоя помещается... квадратных сантиметров. Значит, в одном кубическом дециметре содержится 100 · ... = ... кубических ... .

150. Укажите, сколько мелких единиц содержится в более крупных единицах. В 1 см... мм; в 1 $см^2$... $мм^2$; в 1 $см^3$... $мм^3$; в 1 дм... мм; в 1 $дм^2$... $мм^2$; в 1 $дм^3$... $мм^3$; в 1 м... дм; в 1 $м^2$... $дм^2$; в 1 $м^3$... $дм^3$; в 1 м... см; в 1 $м^2$... $см^2$; в 1 $м^3$... $см^3$.

25. Двойное неравенство.

151. а) Отметьте цветным карандашом на числовом луче (рис. 112) все натуральные решения неравенства $x < 7$.

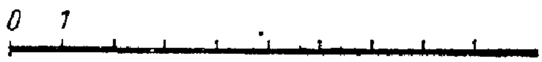


Рис. 112

б) Отметьте на том же луче карандашом другого цвета все натуральные решения неравенства $x > 3$ (насколько позволяет чертеж).

в) Выпишите множество A натуральных чисел, являющихся решениями обоих неравенств: $x < 7$ и $x > 3$. Ответ: ... .

г) Запишите двойное неравенство, имеющее натуральные решения 4, 5 и 6. Ответ: ... $< x <$ ... .

д) Двойное неравенство с теми же натуральными решениями можно записать иначе, пользуясь знаком нестрогого неравенства: ... $< x \leqslant$ ... , или... $\leqslant x <$ ... , или ... $\leqslant x \leqslant$ ... .

26. Объем прямоугольного параллелепипеда.

152. Найдите объем изображенного на рисунке 113 прямоугольного параллелепипеда (в кубических сантиметрах).

Решение. Объем одного слоя равен... см^3. Всего слоев ... . Объем прямоугольного параллелепипеда равен ... .

153. Чтобы найти объем прямоугольного параллелепипеда, надо его длину ... на ширину и на высоту. Другими словами, объем прямоугольного параллелепипеда равен... трех его измерений.

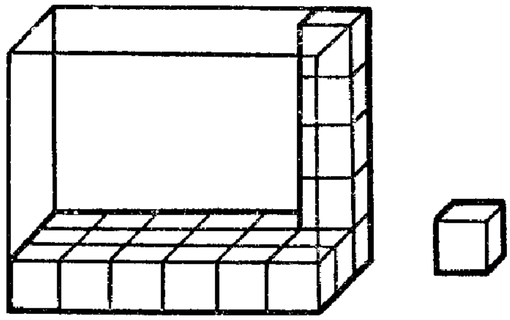


Рис. 113

154. По указанным условиям вычислите объем прямоугольного параллелепипеда. Заполните таблицу (рис. 114).

Длина	200 м	12 дм	16 см	8 см
Ширина	159 м	25 дм	16 см	8 см
Высота	5 м	12 дм	4 см	8 см
Объем				

Рис. 114

a	4 см	21 см	8 дм	400 мм
b	23 см	14 см	38 дм	32 мм
c	250 см	32 см	15 дм	25 мм
v				

Рис. 115

155. В таблице (рис. 115) буквами a, b, c обозначены измерения прямоугольных параллелепипедов. Подсчитайте их объемы v.

156. Заполните пустые места в таблице (рис. 116).

a	4 мм	21 м	
b		14 м	38 см
c	250 мм		15 см
v	23000 мм^3	9408 м^3	4560 см^3

Рис. 116

27. Приближенные значения.

157. а) Для измерения длины отрезка MK (рис. 117) к нему приложили линейку, каждое деление которой равно 1 см. Начало шкалы 0 совместили с точкой M, а точка K попала между числами... и ... . Значит, приближенное значение длины этого... с недостатком равно... см, а приближенное значение длины этого... с ... равно... см. Получаем двойное... : ... < ... < ... .

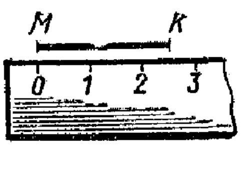


Рис. 117

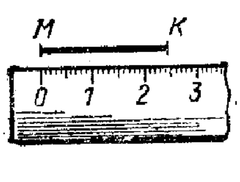


Рис. 118

б) Длину того же отрезка... измеряют линейкой, на которой одно деление равно 1 мм (рис. 118). Точку... совместили с началом шкалы 0, а точка... попала между числами 2,4 и ... . Значит, 2,4 см — приближенное значение... отрезка с ... , а... см — приближенное... длины... MK с ... . Получаем двойное неравенство: ... .

158. Каждую из дробей заключите в двойное неравенство, взяв ее целые значения с недостатком и с избытком:

а) $3 < 3{,}479 <$ ... ; в) ... $< 49{,}5 <$ ... ;
б) ... $< 9{,}875 <$ ... ; г) ... $< 0{,}35 <$ ... .

28. Пересечение и объединение фигур.

159. Закрасьте пересечение многоугольников (рис. 119, случаи 1,2).
160. Закрасьте объединение многоугольников (рис. 120, случаи 3,4).
161. Обведите объединение фигур и закрасьте их пересечение (рис. 121).

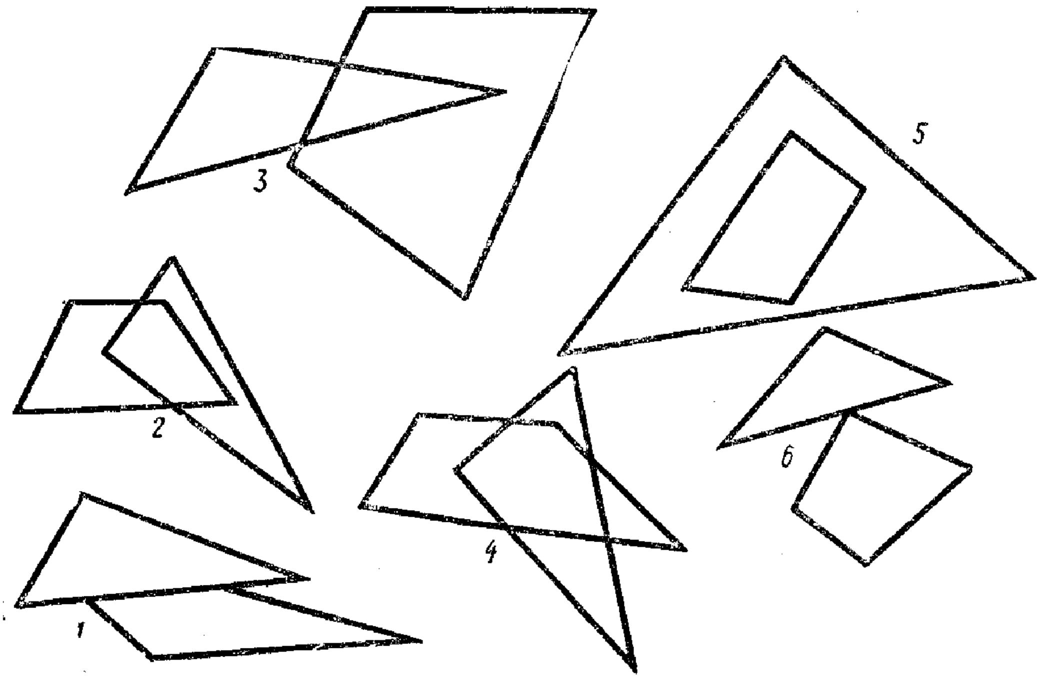


Рис. 119 Рис. 120 Рис. 121

29. Сложение.

162. а) Найдите длину отрезка AC (рис. 122). Ответ: $|AC| =$ ... .

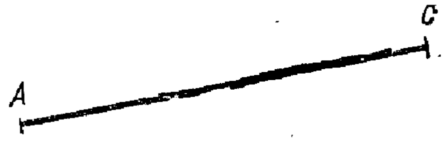


Рис. 122

б) Постройте точку B так, чтобы высказывания $|AB| = 6$ см, $|BC| = 2$ см были истинными.

Решение. Отрезки AB, BC, AC таковы, что высказывание $|AB| +$ ... $= |AC|$ истинно. Это означает, что... и $[BC]$ не налегают друг на друга и вместе составляют ... . Поэтому для построения точки B можно на отрезке

AC от точки A отложить отрезок длиной... см или от точки... отложить отрезок длиной... см.

163. Постройте отрезок AM и отрезок BM таким образом, чтобы $|AB| + |BM| = |AM|$ (рис. 123).

Рис. 123

Решение. Высказывание $|AB| + ... = ...$ истинно лишь в том случае, когда отрезки... и BM не налегают друг на друга и составляют вместе отрезок ... . Поэтому достаточно построить отрезок AM так, чтобы точка... принадлежала этому отрезку.

164. Прямая AC (рис. 124) делит четырехугольник $ABCD$ на два треугольника ABC и CDA, площади которых равны 3 и 5 см^2. Чему равна площадь четырехугольника $ABCD$?

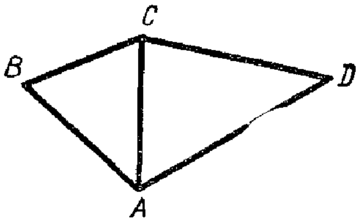


Рис. 124

Решение. Четырехугольник $ABCD$ является объединением треугольников... и ... . Поскольку треугольники ABC и CDA не налегают друг на друга, площадь четырехугольника... равна... площадей этих ... . Ответ: площадь четырехугольника $ABCD$ равна ... .

165. От прямоугольника $ABCD$ (рис. 125), площадь которого $\frac{6}{7}$ дм^2, отрезали фигуру $MBKN$, площадь которой $\frac{2}{7}$ дм^2. Чему равна площадь S оставшейся части?

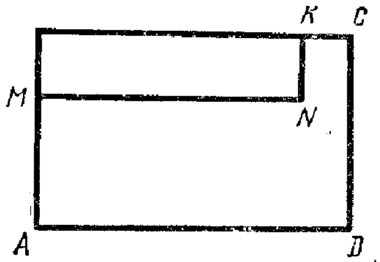


Рис. 125

Решение. Четырехугольник $ABCD$ является объединением двух фигур: четырехугольника... и фигуры $AMNKCD$, площадь которой надо найти. Поскольку эти фигуры ... , площадь четырехугольника ... равна сумме площадей этих фигур: $\frac{6}{7}$ дм$^2 = ... + ...$. Отсюда находим неизвестное слагаемое: $S = ... - ...$. Ответ: $S =$ ... .

166. Известно, что $|AC| = 12$ см, $|AB| = 60$ мм (рис. 126). Найдите длину отрезка CB (в сантиметрах).

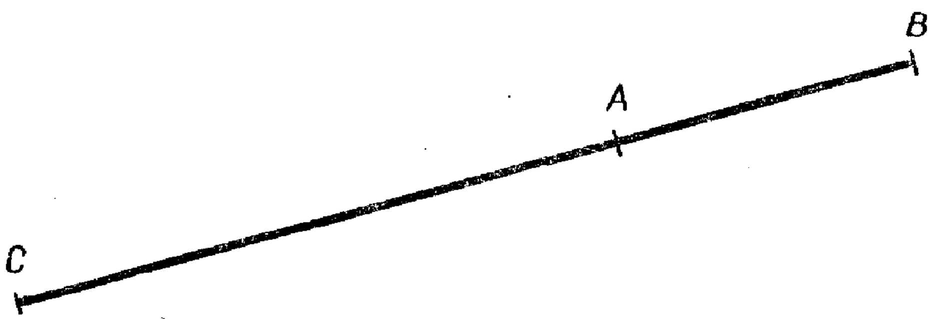


Рис. 126

Решение. Отрезки AC и ... не налегают друг на друга и составляют вместе отрезок CB. Поэтому $|CB| = ... + ... = ...$ см $+ ...$ мм. Выразим миллиметры в сантиметрах. В 1 мм содержится ... см, в 60 мм содержится... см. Сумму 12 см + ... см можно записать иначе: ... . Ответ: $|CB| =$ ... .

167. Прямоугольники имеют площади 8 см² и 6 см². Чему равна площадь, занимаемая объединением двух фигур, в каждом из следующих случаев (рис. 127).

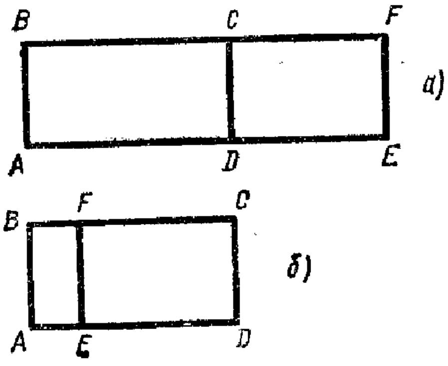


Рис. 127

Решение. На рисунке 127, *а* прямоугольник площадью 8 см² обозначен ... , прямоугольник площадью 6 см² обозначен ... . Эти прямоугольники... (налегают, не налегают) друг на друга. Их объединение имеет площадь ... + ... = = ... см².

На рисунке 127, *б* прямоугольник площадью 8 см² обозначен ... , прямоугольник площадью 6 см² обозначен ... . Эти прямоугольники... (налегают, не налегают) друг на друга. Их объединение имеет площадь ... .

30. Законы сложения.

168. Чему равны значения суммы $x + y$ для тех значений x и y, которые указаны в таблице (рис. 128)?

$x \backslash y$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{6}{7}$
$\frac{1}{7}$						
$\frac{3}{7}$						
$\frac{5}{7}$						
$\frac{2}{7}$						
$\frac{4}{7}$						
$\frac{6}{7}$						

Рис. 128

+	2196	5479	9003	4560	8975
2196	4392	7675	11199	6756	11171
5479		10958	14482	10039	14454
9003			18006	13563	17978
4560				9120	13535
8975					17950

Рис. 129

169. Заполните пустые клетки в таблице сложения (рис. 129), не производя вычислений. Запишите, чем вы при этом пользовались. Ответ: таблицу можно заполнить, пользуясь... сложения.

170. Заполните пропуски.

а) 2 + 13 = 13 + ... = 15 (... закон сложения);

б) 17 + 333 = ... + ... = ... (... закон сложения);

в) ... + c = ... + a.

171. Заполните пропуски.

а) 23 + (7 + 24) = (23 + ...) + 24 = ... + 24 = ... (... закон сложения);

б) 12 + (5 + 8) = 12 + (8 + ...) (... закон сложения) = (... + ...) + 5 = = 20 + ... = ... (... закон сложения);

в) (136 + 815) + 85 = 136 + (815 + ...) = 136 + ... = ... (... закон сложения).

31. Угол.

172. Заполните пропуски (рис. 130).

У угла, который выделен дугой, вершиной является точка ... , сторонами — лучи... и ... . Этому углу принадлежат точки ... . Из них сторонам угла принадлежат точки ... .

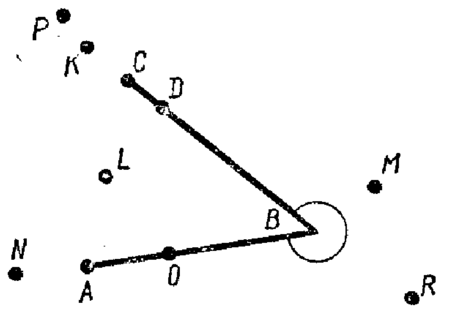


Рис. 130

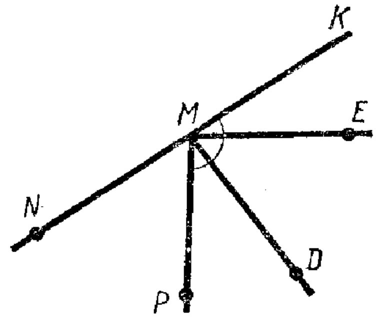


Рис. 131

173. Заполните пропуски (рис. 131).

У выделенного угла вершиной служит точка ... , его стороны — лучи... и ... . Из обозначенных на рисунке точек этому углу принадлежат точки ... .

174. Заполните пропуски (рис. 132).

У выделенного угла вершина — точка ... , его стороны — лучи... и ... . Из обозначенных на чертеже точек этому углу не принадлежат точки ... .

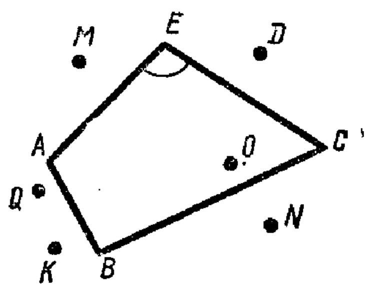


Рис. 132

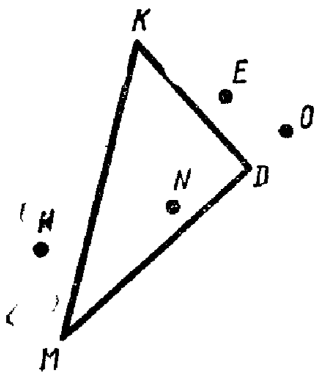


Рис. 133

175. Выделите дугой угол M, внутри которого лежит точка E (рис. 133). Заполните пропуски.

У выделенного угла вершиной является точка ... , сторонами — лучи... и ... . Ему принадлежат следующие обозначенные на чертеже точки ... .

176. Выделите дугой угол KOB так, чтобы ему принадлежал луч OA (рис. 134). Дуга, выделяющая угол, должна идти от луча... до луча ... .

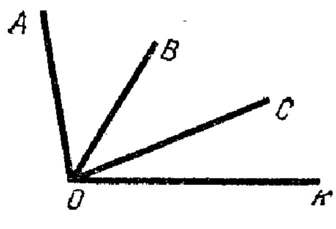


Рис. 134

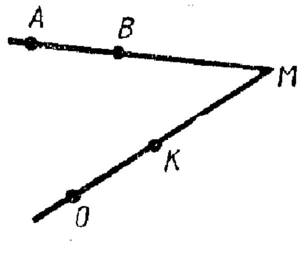


Рис. 135

177. Можно ли $\angle AMO$ (рис. 135) обозначить следующими способами: а) $\angle AOM$; б) $\angle MOA$; в) $\angle OMA$; г) $\angle AMB$; д) $\angle AMK$; е) $\angle OMK$?

Решение. Вершиной этого угла является точка ... . Поэтому в записи названия угла буква... должна быть ... . По этой причине не годятся записи ... .

Сторонами этого угла являются лучи... и ... . В записи угла должно быть по одной точке на каждой из сторон ... . Значит, не годятся записи, в которых имеются точки, принадлежащие только одной стороне угла: ... . Ответ: пригодны записи... .

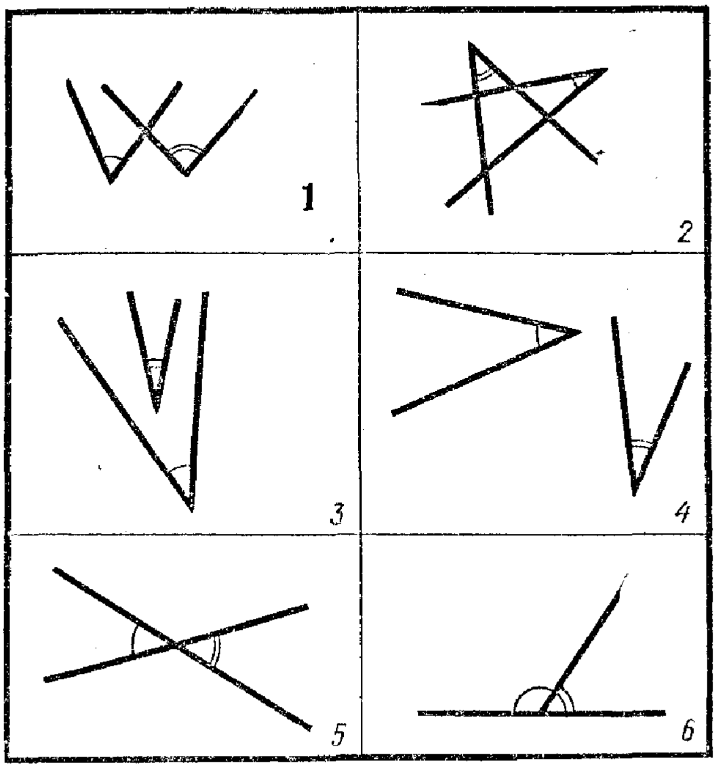


Рис. 136

178. Выделите цветным карандашом пересечение двух углов (рис. 136)

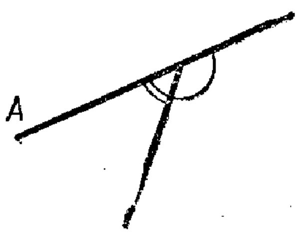


Рис. 137

179. На рисунке 137 изображены $\angle AOK$ и $\angle KOD$. Заполните пропуски и расставьте на рисунке соответствующие буквы.

Решение. Так как в обозначении угла AOK в середине написана буква ..., то вершину угла следует обозначить буквой ... . На одной стороне угла стоит точка A, а на другой надо поставить точку ... .

Вершиной второго угла является точка...; на сторонах второго угла находятся точки ... и ... .

180. На рисунке 138 постройте углы и точки так, чтобы были верны следующие высказывания (углы отмечайте дугами).

а) Точка A — вершина угла, точка B лежит на стороне угла. Точка C лежит на другой стороне угла (рис. 138, *а*).

б) Точка A принадлежит стороне угла CBK (рис. 138, *б*).

в) Точка A лежит внутри угла BCD (рис. 138, *в*).

г) Точка A лежит вне угла BCM (рис. 138, *г*).

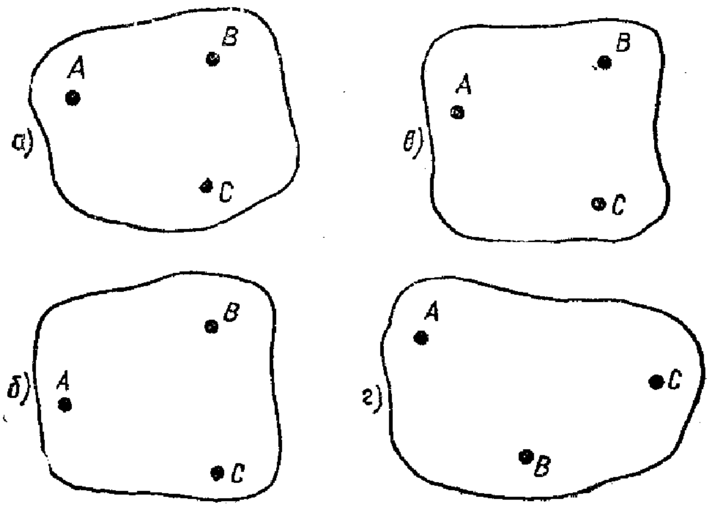


Рис. 138

32. Вычитание.

181. Объясните, почему 6—4 = 2. Ответ: 6—4 = ..., так как... + + ... = ...

182. Выполните вычитание и заполните пропуски.

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r} 2789 \\ 1569 \end{array} \\ \hline \dots \end{array}$$

Получившееся число... является разностью чисел... и ... . Это значит, что если к числу... прибавить число ... , то получится число ... .

183. Числа в таблице (рис. 139) расположены в порядке убывания. Запишите под каждым числом (кроме последнего), на сколько оно больше следующего за ним.

9999	9990	9909	9099	9009	9000

Рис. 139

184. а) Почему $a - 0 = a$? Ответ: $a - 0 =$ ..., так как... + ... = ...

б) Почему $a - a = 0$? Ответ: $a - a =$ ..., так как ...

185. Изобразите на числовом луче (рис. 140) числа $a + 2$, $a - 5$, $a - 3$,

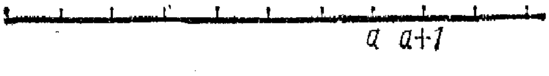


Рис. 140

33. Сравнение углов. Биссектриса угла.

186. Заполните пропуски.

Чтобы установить, что луч является биссектрисой угла, необходимо убедиться в том, что он 1) выходит ... ; 2) делит угол ... .

187. Установите, в каких случаях луч MK является биссектрисой изображенного угла (рис. 141).

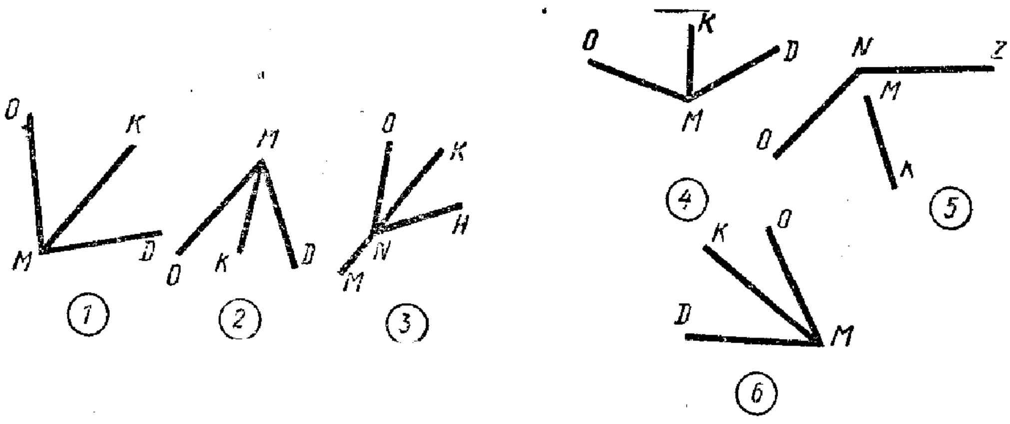


Рис. 141

Р е ш е н и е. Первое требование: «Луч MK выходит...» — выполняется в случаях ... . Второе требование: «Луч MK делит угол... » —выполняется в случаях ... . Следовательно, обоим требованиям удовлетворяют лучи на рисунках ... . Ответ: биссектрисой изображенного угла является луч на рисунках ... .

34. Умножение.

188. Заполните пропуски.

а) $\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{2}{7}\cdot\ldots$; в) $a+a+a+a=a\cdot\ldots$;

б) $3+3+3+3+3+3=3\cdot\ldots$; г) $5+5+5=5\cdot\ldots$.

189. Заполните пропуски.

а) $2\cdot 17=17\cdot 2=\ldots$ (... закон умножения);

б) $3\cdot 54=54\cdot\ldots=\ldots$ (... закон умножения).

190. а) Заполните пустые клетки в таблице умножения (рис. 142), ничего не вычисляя.

	213	107	542	89	46
213	45369	22791	115446	18967	
107		11449	57994		4922
542	115446		293764		
89		9523	48238	7921	4094
46	9798		24932		2116

Рис. 142

б) Почему можно было заполнить таблицу, ничего не вычисляя? Ответ: можно было заполнить таблицу, пользуясь ... умножения.

191. Заполните пропуски.

а) При любом значении переменной справедливы равенства $1 \cdot c = ...$; $0 \cdot c = ...$. Например, при $c = 12$ получаем: $1 \cdot 12 = ...$; $0 \cdot 12 = ...$

б) Равенство $ab = b \cdot ...$ верно при любых значениях переменных a и b. Например, $28 \cdot ... = 5 \cdot ...$.

35. Сочетательный закон умножения.

192. Заполните пропуски.

а) $(17 \cdot 5) \cdot 2 = 17 \cdot (... \cdot ...) = 17 \cdot ... = ...$ (... закон умножения);

б) $37 \cdot (3 \cdot 5) = (37 \cdot 3) \cdot 5 = 111 \cdot ... = ...$ (... закон умножения).

193. Определите объем прямоугольного параллелепипеда $ABCDEFMN$ (рис. 143).

Решение. 1-й способ. Площадь $ABCD = ... \cdot ...$ (см²) $= ...$ (см²). $|AE| = ...$. Объем $ABCDEFMN = ... \cdot ...$ (см³) $= ...$ (см³). Ответ: объем равен $(3 \cdot 1) \cdot 2 = ...$ см³.

2-й способ. Площадь $AEND = ...$ (см²). $|BA| = ...$ (см). Объем $ABCDEFMN = ...$ (см³). Ответ: объем равен $(3 \cdot 2) \cdot ... = ...$ см³.

3-й способ. Площадь $DNMC = ...$ (см²). $|BC| = ...$ (см). Объем $ABCDEFMN = ...$ (см³). Ответ: объем равен $(...) \cdot ... = ...$ см³.

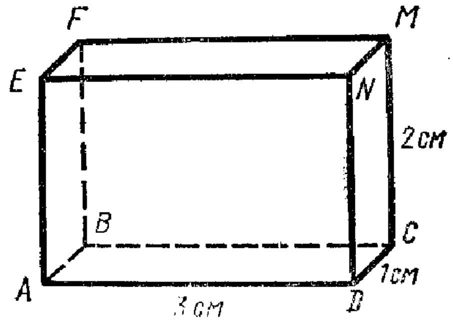


Рис. 143

36. Развернутый угол.

194. Начертите луч OK, противоположный лучу OM (рис. 144). Закрасьте цветным карандашом объединение лучей OK и OM. Закрасьте карандашом другого цвета пересечение лучей OK и OM.

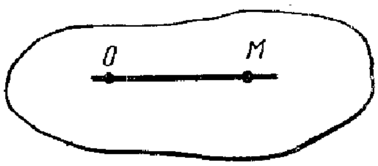


Рис. 144

195. Заполните пропуски так, чтобы высказывания были истинными. Объединением противоположных лучей является ... . Пересечением противоположных лучей является ... .

196. Проведите $[OC)$ так, чтобы образовался развернутый угол (рис. 145). Построенный угол развернутый, так как его стороны ... .

197. Установите, является ли $\angle KDO$ развернутым (рис. 146). Ответ: $\angle KDO$ ... , так как его стороны ... .

Рис. 145

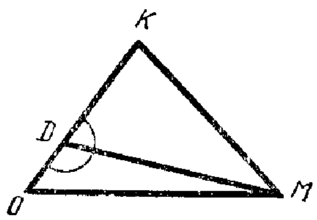


Рис. 146

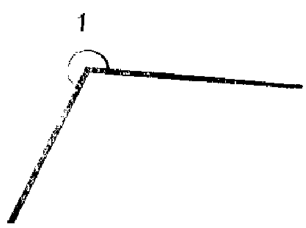


Рис. 147

198. Установите, является ли $\angle 1$ развернутым (рис. 147). Ответ: $\angle 1$ ... развернутым, так как ... .

199. Постройте развернутый угол так, чтобы луч AB служил его стороной, а точка C принадлежала ему (рис. 148).

200. Постройте развернутый угол, в котором содержится угол BAC, так, чтобы луч AC служил одной из сторон этого развернутого угла (рис. 149).

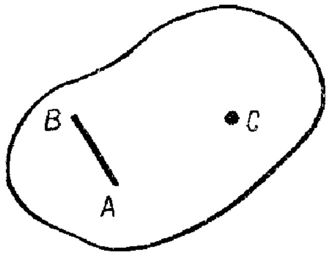


Рис. 148

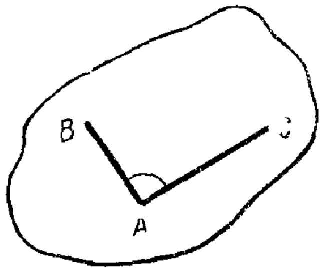


Рис. 149

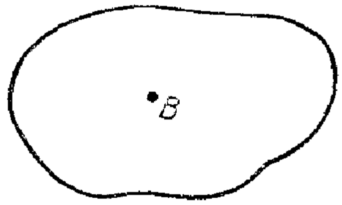


Рис. 150

201. Постройте и обозначьте дугой развернутый угол ABC (рис. 150). Постройте и обозначьте двумя дугами развернутый угол MBL так, чтобы пересечением этих углов служила прямая AC.

37. Запись произведения с буквенными множителями.

202. Машины привезли в магазин ящики с яйцами. В каждом ящике яйца находятся в укладках. Десяток яиц стоит 90 коп. Заполните таблицу (рис. 151).

Число машин	2	m	2	2	m	m	2	$2m$
Число ящиков в машине	15	15	n	15	n	15	n	n
Число укладок в ящике	20	20	20	p	20	p	p	p
Число яиц в укладке	30	30	30	30	30	30	30	k
Всего привезли яиц								
Выручка магазина от продажи яиц								

Рис. 151

Площадь основания	30 $см^2$	a $мм^2$	104 $см^2$	c $м^2$	56 $см^2$	d $мм^2$	100 $м^2$	x $дм^2$
Высота	18см	25мм	h см	b м	40мм	20см	100дм	y см
Объем								

Рис. 152

203. По указанным условиям вычислите объем прямоугольного параллелепипеда. Заполните таблицу (рис. 152).

204. По указанным условиям вычислите площадь основания и объем прямоугольного параллелепипеда. Заполните таблицу (рис. 153).

а)

Длина	5 м	a м	15 м	36 м	y м	a м	143 м
Ширина	16 м	6 м	14 м	z м	8 м	y м	$в$ м
Площадь основания							
Высота	4 м	15 м	x м	h м	x м	52 м	7 м
Объем							

б)

Длина	a м	a м	a дм	a м
Ширина	$в$ м	$в$ дм	$в$ дм	$в$ см
Площадь основания				
Высота	c см	c дм	c м	c дм
Объем				

Рис. 153

38. Распределительный закон умножения.

205. Заполните пропуски.

а) $5 \cdot 13 + 5 \cdot 17 = 5 \cdot (... + ...) = 5 \cdot ... = ...$ (... закон);

б) $19 \cdot 6 + 19 \cdot 4 = 19 \cdot (... + ...) = ... \cdot ... = ...$ (... закон).

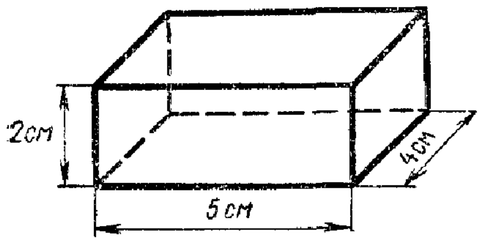


Рис. 154

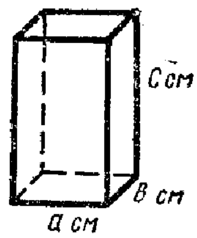


Рис. 155

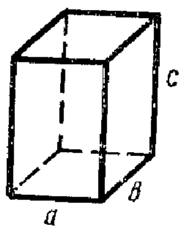


Рис. 156

206. Сколько сантиметров проволоки пошло на изготовление каркаса прямоугольного параллелепипеда на рисунке 154? Решите задачу разными способами.

Решение. 1-й способ. На ребра нижнего основания пошло ... см; на ребра верхнего основания пошло... см; на вертикальные ребра пошло ... см. Всего на каркас пошло ... см.

2-й способ. У прямоугольного параллелепипеда есть три четверки конгруэнтных ребер.

На ребра длиной 2 см пошло... см; на ребра длиной 5 см пошло ... см; на ребра длиной 4 см пошло ... см. Всего на каркас пошло ... см. Эти вычисления можно записать в одну строчку: $2 \cdot 4 + 5 \cdot \ldots + \ldots \cdot 4 = (\ldots + + \ldots + \ldots) \cdot 4 = \ldots \cdot \ldots = \ldots$ (см).

207. Найдите сумму длин ребер прямоугольного параллелепипеда, изображенного на рисунке 155. Ответ: сумма длин всех ребер равна $4a + \ldots + \ldots = 4 \cdot (\ldots + \ldots + \ldots)$ (см).

208. Длину каждого из ребер изображенного на рисунке 156 прямоугольного параллелепипеда увеличили в 2 раза. Во сколько раз увеличилась сумма длин его ребер?

Решение. Измерения нового прямоугольного параллелепипеда равны $2a$, 2..., 2 ... . Сумма длин ребер нового прямоугольного параллелепипеда равна $4 \cdot 2a + 4 \cdot \ldots + \ldots = 8 \cdot (a + \ldots)$. Сумма длин ребер изображенного прямоугольного параллелепипеда равна $4 \cdot (a + \ldots + + \ldots)$. Ответ: сумма длин ребер прямоугольного параллелепипеда увеличилась в ... .

209. По данным таблицы (рис. 157) вычислите площадь пола каждой комнаты, а затем объем каждой комнаты. Подсчитайте объем трех комнат. Ответ: сумма объемов комнат ... .

N N комнат	Длина	Ширина	Высота	Площадь пола	Объем
1	8м	6м	3м		
2	5м	7м	3м		
3	4м	4м	3м		

Рис. 157

40. Упрощение выражений.

210. Подчеркните одной чертой произведения, содержащие a; двумя чертами — произведения, содержащие b; тремя чертами — остальные числа. Упростите выражение
$17a + 15b + 7 + 7a + 16a + 17 + 6b + 17b + 10$.

Решение. Это выражение можно переписать, пользуясь... законом сложения, в виде: $17a + \ldots a + \ldots + 15b + \ldots + \ldots + 7 + 17 + \ldots$.

Теперь вместо выражения $17a + 16a + 7a$ можно написать, пользуясь... законом, $(\ldots + \ldots + \ldots) \cdot \ldots$. Таким же образом вместо $15b + \ldots + \ldots$ можно написать ... , а вместо $7 + \ldots + \ldots$ написать ... . Получилась сумма $40a + \ldots + \ldots$.

a	0	1	2	5	25	109
$347a+253a$						
$441a-241a$						

Рис. 158

21. Упростите выражение $4a + 8b + 3c - 2b + 4c + 3a - 2c$.

Решение. $4a + 8b + 3c - 2b + 4c + 3a - 2c = \ldots + \ldots + \ldots - \ldots + \ldots + \ldots - \ldots = \ldots\ a + \ldots\ b + \ldots\ c$.

212. Заполните таблицу (рис. 158).

213. Вставьте знаки $<$, $>$ или $=$ так, чтобы получить верные высказывания (равенства или неравенства):

а) $3 \cdot 29 + 7 \cdot 29 \ldots 10 \cdot 29$; в) $7 \cdot 43 + 9 \cdot 43 \ldots 15 \cdot 43$;

б) $8 \cdot 31 - 3 \cdot 31 \ldots 5 \cdot 31$; г) $3 \cdot 17 + 8 \cdot 17 \ldots 13 \cdot 17$.

41. Прямой угол.

214. Заполните пропуски.

Прямым углом называется ... угла. Чтобы построить прямой угол, достаточно провести биссектрису ... угла.

215. Два ученика рисовали прямые углы. Оказалось, что у одного из них угол больше, чем у другого. Что можно сказать об их рисунках? Ответ: оба рисунка... быть правильными, так как каждый прямой угол — это половина ... , все развернутые углы ... между собой, а значит, все прямые углы ... .

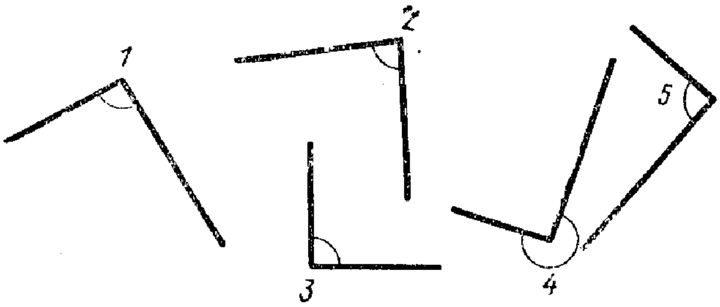


Рис. 159

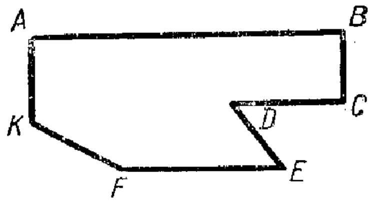


Рис. 160

216. С помощью чертежного треугольника узнайте, какие из углов на рисунке 159 прямые. Выделите прямые углы цветным карандашом.

217. С помощью чертежного треугольника узнайте, какие из углов многоугольника $ABCDEFK$ прямые (рис. 160). Выделите все прямые углы красной дугой; все углы, большие прямого, — зеленой дугой; все углы, меньшие прямого, — синей дугой.

218. Там, где это возможно, постройте прямой угол так, чтобы одна изображенная точка была его вершиной, а две другие изображенные точки лежали на разных сторонах прямого угла (рис. 161).

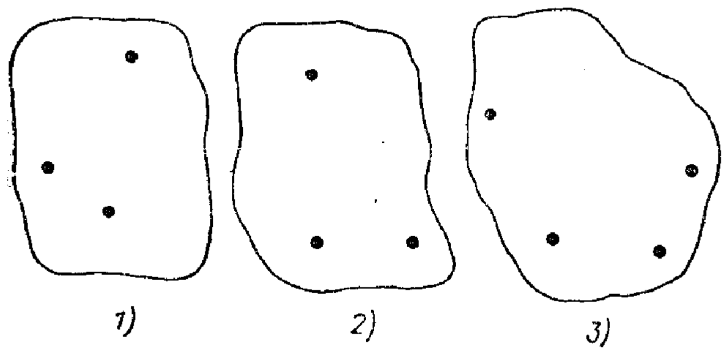


Рис. 161

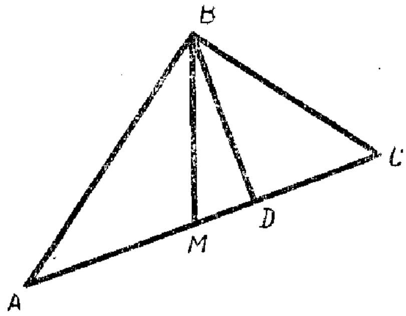


Рис. 162

219. На рисунке 162 имеются три прямых угла. Найдите их и отметьте каждый угол дугой. Ответ: прямыми являются углы ... .

220. По имеющимся заготовкам восстановите прямой угол ABC (рис. 163).

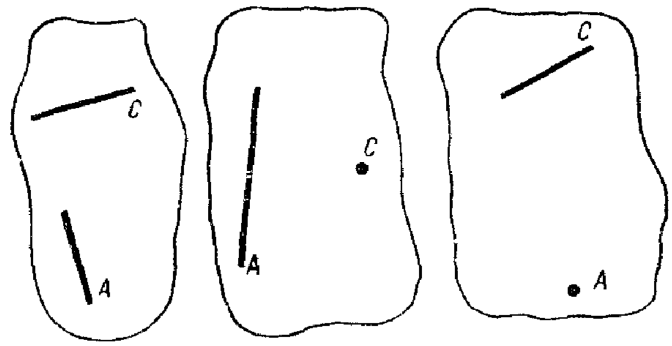


Рис. 163

42. Деление.

221. Почему $6 : 2 = 3$? Ответ: $6 : 2 = 3$, так как ... · ... = ... Число 3 называется ... чисел 6 и 2, число 2 называется ... , число 6 называется ... .

222. Заполните пропуски.

$1358 : 1358 =$ ... , так как ... · ... = ... ;

$1358 : 1 =$ ... , так как... = ... ;

$0 : 1358 =$ ... , так как ... . Разделить число 1358 на число 0 ... , так как произведение числа 0 на произвольное число равно ... , а не ... .

223. Почему нельзя число 0 разделить на 0? Ответ: потому что, какое бы мы число ни взяли, произведение его на ... равно ... .

224. Заполните пропуски.

Если приходится делить на переменную, то необходимо указывать, что эта ... не может принимать значение ... . Например, известно, что $a \cdot 1 = a$ при ... (любых, не любых) значениях a. Отсюда $a : 1 =$ ... при ... (при любых, не при любых) значениях a. Но $a : a = 1$ только при $a \neq$ ... . Точно так же $0 : a =$ ... при $a \neq$ ... .

43. Острые и тупые углы.

225. Заполните пропуски.

Острым углом называется ... , который ... прямого. Тупым углом называется ... , который ... прямого, но ... .

226. Выделите красным карандашом все острые углы, синим карандашом — прямые углы, зеленым карандашом — тупые углы многоугольника на рисунке 164.

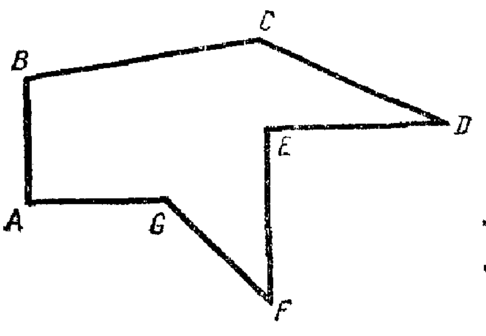


Рис. 164

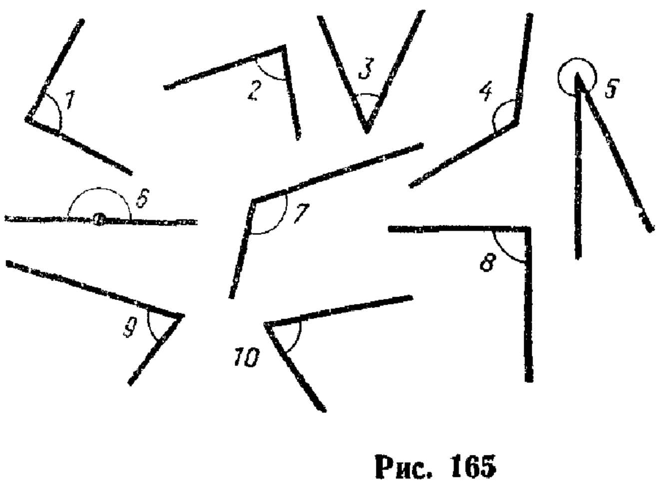


Рис. 165

227. Выделите красным карандашом все острые углы и синим — все тупые углы (рис. 165).

228. Постройте тупой угол так, чтобы одна из изображенных точек была его вершиной, а две другие лежали на разных сторонах тупого угла (рис. 166).

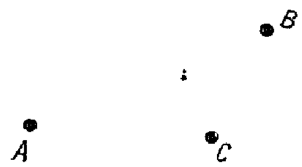


Рис. 166

Запишите обозначение построенного тупого угла. Ответ: ... .

44. Деление с остатком.

229. Выполнив деление, ученик сделал вывод: делимое — 33, делитель — 4, частное — 7, остаток — 5. Верно ли выполнено деление? Ответ: здесь допущена ошибка, так как остаток должен быть ... делителя. Если делимое 33, а делитель 4, остаток равен ... , частное равно ... .

230. а) Можно ли верное равенство $41 = 4 \cdot 9 + 5$ прочитать так: «Если 41 разделить на 4, то в частном получится 9, а в остатке 5»? Ответ: это ... (можно, нельзя) сделать, так как остаток окажется ... делителя.

б) Можно ли ту же запись прочитать так: «Если 41 разделить на 9, то в частном получится 4, а в остатке 5»? Ответ: это ... (можно, нельзя) сделать, так как остаток окажется... делителя.

231. Прочтите запись $27 = 4 \cdot 6 + 3$ и заполните таблицу (рис. 167).

Делимое	Делитель	Частное	Остаток
	4		
		4	

Рис. 167

Прочтите запись $28 = 4 \cdot 6 + 4$ и заполните таблицу (рис. 168).

Делимое	Делитель	Частное	Остаток
	6		

Рис. 168

По-другому эту запись прочесть ... (можно, нельзя) так как число 4 нельзя считать ... : он бы равнялся ... , а должен быть ... .

232. Прочтите записи и заполните графы таблицы там, где это возможно (рис. 169). Почему вторая запись читается только одним способом? Ответ: ... .

Можно ли прочесть последнюю запись как запись деления с остатком? Ответ: ... , так как ... .

	Делимое	Делитель	Частное	Остаток
$35=8\cdot4+3$				
$32=3\cdot9+5$				
$43=4\cdot10+3$				
$69=5\cdot5+44$				

Рис. 169

45. Делители и кратные.

233. Что называется делителем числа x? Ответ: ... числа x называется ..., на которое ... делится без ... .

234. Является ли число 3 делителем числа 15?

Решение. Чтобы установить, является ли число ... делителем числа ..., надо выяснить, делится ли... на... без ... . Так как $15 = 3 \cdot ...$, то, значит, 15 ... на 3 ... и потому 3 ... (является, не является) делителем числа 15.

235. Является ли число 7 делителем числа 15?

Решение. Выясним, делится ли число ... на число ... без ... или с остатком. $15 = 7 \cdot ... + ...$. Значит, 15 ... на 7 с ... и потому 7 ... (является, не является) делителем числа 15.

236. Какие из чисел 2, 3, 4, 5, 6 являются делителями числа 18?

Решение. $18 = 2 \cdot ...$. $18 = 3 \cdot ...$. $18 = 4 \cdot ...$. $18 = 5 \cdot ...$. $18 = 6 \cdot ...$.

18 делится без ... на ... . Ответ: ... .

237. Может ли число 1173 быть делителем числа 16? Ответ: 1173 ... (больше, меньше), чем ... . Поэтому 1173 ... (может, не может) быть делителем числа 16.

238. Напишите множество чисел, делящихся на 3.

Решение. Самым меньшим числом, делящимся на ..., будет число 0, следующим числом будет число 3, так как ... . Следующим числом будет число ... , так как ... . Следующим числом будет число ... , так как ... , и т. д.

Перечислить все элементы этого множества ... (нельзя, можно), так как оно ... (конечно, бесконечно). Ответ: $\{0, 3, 6, ...\}$.

239. Что называется кратным числа a? Ответ: ... числа a называется такое ... , которое ... на ... без ... .

240. Выберите из множества $\{1, 2, 3, 4\}$ числа, кратные 2.

Решение. 1 не кратно 2, так как 1 не делится на 2 без ... ; 2 кратно 2, так как 2 делится на ... без ... ; 3 ... 2 так как ... ; 4 ... 2, так как ... . Ответ: ... и ... .

241. Заполните пропуски в таблица (рис. 170).

Описание множества	Запись множества с помощью фигурных скобок	Наименьший элемент множества	Наибольший элемент множества
Множество чисел делящихся на 2	—, 2, 4, 6, —, ...		нет
Множество чисел, кратных 3			
Множество чисел, кратных 4			
Множество чисел, кратных ___	—, 5, —, —, ...		
Множество чисел, кратных ___	—, —, 14, —, ...		

Рис. 170

242. Соедините записи, имеющие одинаковый смысл (рис. 171).

а кратно *в* | *в* кратно *а*

в - делитель числа *а* | *в* делится без остатка на *а*

а - делитель числа *в* | *а* делится без остатка на *в*

Рис. 171

46. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2.

243. Сформулируйте признак делимости на 10. Ответ: если запись числа ... цифрой ... , то это число ... на 10.

244. Докажите, что число 3450 делится на 10, а число 876 не делится на 10.

Доказательство. Число 3450 ... на 10, так как его запись ... цифрой ... . Число ... не ... на ... , так как его запись оканчивается цифрой ... , а не цифрой ... .

245. Вставьте вместо звездочки такую цифру, чтобы полученное число было кратно 10.

а) 723*;
б) 487*;
в) 1*.

246. Сформулируйте признак делимости на 5. Ответ: если запись числа ... цифрой ... или цифрой ... , то это число ... на ... .

247. Докажите, что числа 875 и 570 кратны 5.

Доказательство. Число ... кратно 5, так как его запись оканчивается цифрой ... . Число ... кратно ... , так как его... оканчивается цифрой ... .

248. Вставьте вместо звездочки такую цифру, чтобы полученное число было кратно 5.

а) 12*;
б) 12*;
в) *.

249 Сформулируйте признак делимости на 2. Ответ: если запись числа оканчивается цифрой ... , ... , ... , ... или ... , то это число ... на ... .

Можно сформулировать признак делимости на 2, пользуясь понятием четной цифры: если запись числа оканчивается ... цифрой, то это число ... на ... .

250. Докажите, что числа 350 и 764 делятся на 2.

Доказательство. Число 350 делится на 2, так как его .. оканчивается четной цифрой ... . Число 764 делится на 2, так как его запись оканчивается... цифрой ... .

47. Признак делимости на 3.

251. Сформулируйте признак делимости на 3. Ответ: если сумма ... числа делится на ... , то и ... делится на ... . Если ... цифр числа не делится на 3, то и ... не ... на ... .

252. Докажите, что числа 258 и 432 делятся на 3.

Доказательство. Найдем сумму цифр числа 258. Она равна: $2 + \ldots + \ldots = \ldots$. Сумма цифр этого числа ... на ... . Значит, число ... делится на ... .

Найдем сумму цифр числа 432. Она равна: $\ldots + \ldots + \ldots = \ldots$ . ...этого числа ... на ... . Значит, число 432 ... на ... .

48. Деление и дроби.

253. Заполните пустые места в таблице (рис. 172).

Частное, записанное в виде дроби	Частное, записанное в одну строку	Делимое	Делитель	Числитель	Знаменатель
$\frac{7}{9}$					
	6:7				
		3	11		
				12	17

Рис. 172

49. Запись числа в виде неправильной дроби.

254. Запишите натуральное число 8 в виде неправильной дроби: а) со знаменателем 6; б) со знаменателем 7; в) со знаменателем 8.

Решение. а) $8 = \frac{}{6}$, так как $8 \cdot 6 = \ldots$;

б) $8 = \frac{}{7}$, так как $8 \cdot \ldots = \ldots$;

в) $8 = \ldots$, так как ... .

255. Запишите число $7\frac{2}{3}$ в виде неправильной дроби.

Решение. $7\frac{2}{3} = \ldots + \ldots$. Запишем число 7 в виде дроби с тем же знаменателем, что и у дробной части, т. е. со знаменателем ... ; $7 = \ldots$, так как $7 \cdot \ldots = 21$. Ответ: $7\frac{2}{3} = \ldots$.

50. Сложение и вычитание дробных чисел.

256. Выполните сложение.

а) $2+\frac{3}{7}=2\frac{}{7}$; в) $4+\frac{5}{11}=4\frac{5}{}$;

б) $\frac{17}{19}+5=5$ — ; г) $\frac{15}{16}+7=\ldots$.

257. Запишите смешанное число в виде суммы целой и дробной частей.

а) $3\frac{16}{17}=3+\frac{}{17}$; в) $5\frac{12}{19}=5+\frac{12}{}$;

б) $7\frac{32}{39}=7+\ldots$; г) $6\frac{14}{23}=\ldots+\frac{14}{23}$.

258. Определите, чему равна сумма чисел $7\frac{1}{5}$ и $2\frac{3}{5}$.

Решение. $7\frac{1}{5}$ — это сумма чисел 7 и ... ; $7\frac{1}{5}=\ldots+\ldots$; $2\frac{3}{5}=\ldots+$ $+\ldots$. Значит, $7\frac{1}{5}+2\frac{3}{5}=\left(7+\frac{1}{}\right)+(\ldots+\ldots)$. Используя свойства сложения, можно записать:

$$\left(7+\frac{1}{5}\right)+\left(2+\frac{3}{5}\right)=(7+2)+(\ldots+\ldots)=\ldots .$$

Ответ: $7\frac{1}{5}+2\frac{3}{5}=\ldots$.

259. Найдите сумму чисел.

а) $3+2\frac{4}{7}=3+2+\frac{4}{}=5+\frac{}{7}=5\frac{}{7}$;

б) $7+2\frac{3}{5}=7+2+\ldots=\ldots+\frac{3}{5}=\ldots\frac{3}{5}$;

в) $5+3\frac{4}{9}=8+\ldots=\ldots$.

260. Выполните сложение.

а) $3\frac{11}{15}+\frac{2}{15}=3\frac{}{15}$; в) $7\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=7$ — ;

б) $\frac{4}{17}+5\frac{4}{17}=\ldots\frac{8}{17}$; г) $\frac{15}{19}+9\frac{3}{19}=\ldots$.

261. Найдите сумму смешанных чисел.

а) $6\frac{2}{17}+8\frac{3}{17}=14\frac{5}{}$; в) $2\frac{4}{23}+3\frac{8}{23}=\ldots\frac{}{23}$;

б) $11\frac{2}{45}+2\frac{11}{45}=\ldots\frac{13}{}$; г) $2\frac{3}{8}+9\frac{5}{8}=\ldots\frac{}{8}=\ldots$.

262. Вставьте вместо пропусков такие числа, чтобы получить верное равенство.

а) $3+\ldots=3\frac{7}{13}$;

б) $7\frac{15}{16}+\ldots=10\frac{15}{16}$;

в) $2\frac{7}{15}+\ldots=2\frac{11}{15}$;

г) $\frac{4}{11}+\ldots=7\frac{4}{11}$;

д) $5+\ldots=8\frac{7}{9}$;

е) $\ldots+\frac{5}{17}=7\frac{12}{17}$.

263. Вычтите из смешанного числа дробь.

а) $2\frac{3}{5}-\frac{3}{5}=2+\frac{3}{5}-\frac{3}{5}=\ldots$;

б) $5\frac{8}{9}-\frac{8}{9}=\ldots$;

в) $3\frac{16}{21}-\frac{5}{21}=3\frac{}{21}$;

г) $7\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=7+\ldots-\ldots=\ldots$;

д) $4\frac{2}{7}-\frac{1}{7}=4\frac{}{7}$;

е) $1\frac{17}{19}-\frac{3}{19}=\ldots$.

264. Выполните вычитание.

а) $3\frac{7}{15}-3=3+\frac{7}{15}-3=\ldots$;

б) $7\frac{14}{15}-5=\ldots$;

в) $6\frac{5}{11}-4\frac{2}{11}=2\frac{}{11}$;

г) $9\frac{4}{5}-9=\frac{}{5}$;

д) $7\frac{9}{13}-2\frac{3}{13}=5\frac{6}{}$;

е) $5\frac{8}{9}-3\frac{1}{9}=\ldots$.

265. Вставьте вместо пропуска такое число, чтобы получилось верное равенство.

а) $\ldots-\frac{2}{3}=7$;

б) $\ldots-5=\frac{11}{19}$;

в) $7\frac{9}{13}-\ldots=5\frac{6}{13}$;

г) $18\frac{123}{457}-\ldots=0$;

д) $6\frac{7}{8}-\ldots=\frac{7}{8}$;

е) $\ldots-\frac{7}{33}=5\frac{5}{33}$;

ж) $\ldots-3\frac{14}{23}=5\frac{8}{23}$;

з) $\ldots-9\frac{14}{19}=0$.

266. Закрасьте одним цветом $\frac{2}{7}$ круга и другим цветом $\frac{3}{7}$ круга (рис. 173). Какая часть круга оказалась закрашенной?

Решение. $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{}{7}$. Ответ: закрашено ... круга.

267. Закрасьте одним цветом $\frac{3}{11}$ прямоугольника и другим цветом $\frac{5}{11}$ прямоугольника (рис. 174). Какая часть прямоугольника оказалась закрашенной?

Решение. $\frac{3}{11}\ \ldots\ \frac{5}{11}=\ldots$. Ответ: закрашено ... прямоугольника.

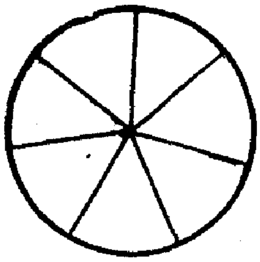


Рис. 173

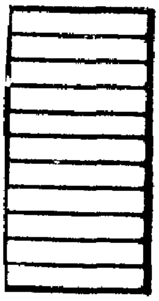


Рис. 174

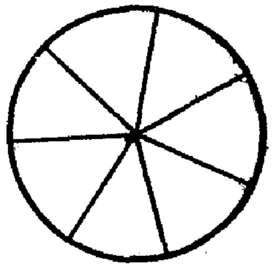


Рис. 175

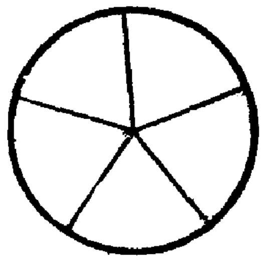


Рис. 176

268. Закрасьте желтым цветом $\frac{5}{7}$ круга (рис. 175). В закрашенной желтым цветом части круга закрасьте другим цветом $\frac{2}{7}$ круга. Какая часть круга осталась желтой?

Решение. $\frac{5}{7} - \ldots = \frac{}{7}$. Ответ: ... круга.

269. Закрасьте $\frac{2}{5}$ круга (рис. 176). Какая часть круга осталась незакрашенной?

Решение. $\frac{5}{} - \ldots = \frac{}{5} \ldots$. Ответ: ... круга.

270. Найдите значения выражений.

а) $\frac{9}{17}+\frac{3}{17}=\frac{}{17}$; д) $\frac{9}{17}-\frac{3}{17}=\frac{6}{}$;

б) $\frac{33}{47}+\frac{12}{47}=\ldots$; е) $1-\frac{8}{13}=\frac{13}{}-\frac{8}{13}=\ldots$;

в) $3\frac{1}{5}+6\frac{3}{5}=9\frac{}{5}$; ж) $9\frac{4}{5}-6\frac{3}{5}=3\frac{}{5}$;

г) $4\frac{2}{11}+3\frac{7}{11}=\ldots$; з) $7\frac{9}{11}-4\frac{2}{11}=\ldots$.

52. Метрическая система мер.

271. Заполните таблицу (рис. 177).

Величина	Основная единица	$\frac{1}{10}$ основной единицы	$\frac{1}{100}$ основной единицы	$\frac{1}{1000}$ основной единицы	1000 основных единиц
Масса		Не применяется	Не применяется		
Длина					

Рис. 177

53. Десятичная запись дробных чисел.

272. Заполните пустые места в таблице (рис. 178).

I способ записи (в виде обыкновенной дроби)	Читаем так	II способ записи (в виде десятичной дроби)	Читаем так
	Одна десятая	0,1	Ноль целых одна десятая
		0,27	
	Семнадцать тысячных		
		0,0405	
			Ноль целых сорок восемь сотых
	Одна целая триста пятьдесят шесть десятитысячн.		
			Ноль целых девять тысячных

Рис. 178

54. Сравнение десятичных дробей.

273. Вставьте вместо звездочек цифры так, чтобы получилось верное равенство.

а) 37,768 = 37,76*; б) 0,0699 = 0,0699*;
в) 289,36100 = 28,36*; г) 78,41 = **, *1*.

274. Между двумя написанными числами поставьте знак >, < или =, чтобы получилось верное высказывание.

а) 2,1 ... 1,876; б) 8,006 ... 9,5;
в) 5,4 ... 3,002; г) 65,4 ... 65,3998;
д) 2,9 ... 2,9000; е) 44,41...44,511;
ж) 81, 20: . 81,200; з) 0,01 ... 0,001.

275. Отметьте на числовом луче (рис. 179) числа, ограничивающие значения переменной в неравенствах.

а) $10,3 < x < 13$;
б) $4,900 \leqslant x \leqslant 7,50$.

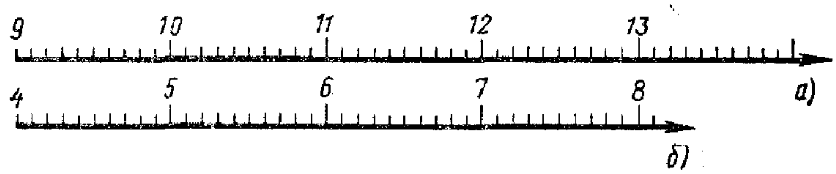


Рис. 179

55. Разряды десятичных дробей.

276. Таблица (рис. 180) заполняется по указанию учителя.

Миллиарды	Сотни миллионов	Десятки миллионов	Миллионы	Сотни тысяч	Десятки тысяч	Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десятитысячные	Стотысячные	Миллионные	Десятимиллионные	Стомиллионные	Миллиардные
						3	0	0	7,	1	5							

Рис. 180

56. Измерение углов.

277. Проведите лучи BM, BN и EK (рис. 181). На сколько частей разделены лучами $\angle ABC$ и $\angle DEF$? Ответ: $\angle ABC$ разделен на ... части, $\angle DEF$ разделен на ... части.

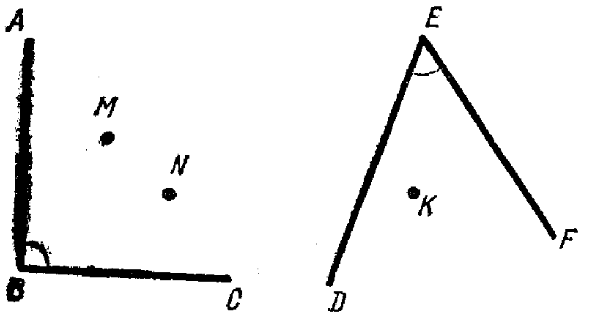


Рис. 181

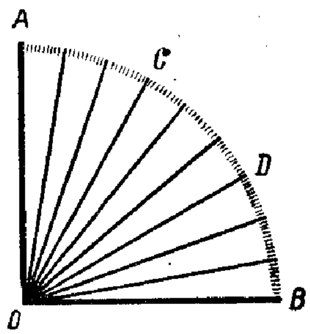


Рис. 182

278. Заполните пропуски в определении градуса.

Градусом называется ... часть ... угла.

279. Прямой угол AOB разделен на градусы (рис. 182).

а) Докажите, что $A\hat{O}C = C\hat{O}D = D\hat{O}B$.

Доказательство. $\angle AOC$ содержит ... градусов. $\angle COD$ содержит ... градусов $\angle DOB$ содержит ... градусов. Эти углы ... между собой.

б) Поставьте точки M и N таким образом, чтобы лучи OM и ON делили $\angle COD$ на три конгруэнтные части.

в) Найдите $\widehat{MON}$. Ответ: ... .

280. Лучи делят развернутый угол на 18 конгруэнтных углов. Сколько градусов содержит каждая из 18 частей?

Решение. Развернутый угол содержит ... градусов. Значит, каждая часть содержит 180: ... = ... градусов. Ответ: ... .

281. Какие из углов, имеющих величины 29°, 90°, 140°, 89°, 91°, 190°, 180°, 100°, 1°, 204°, 359°, являются острыми, прямыми, тупыми, развернутыми?

Решение. Величина острого угла ... 90°. Острыми являются углы, имеющие величины 29°, ... Прямой угол содержит ... Величина тупого угла больше ... , но меньше ... . Тупыми являются углы, имеющие величины ... . Развернутый угол содержит ... .

57. Транспортир.

282. Обозначьте буквой A вершину развернутого угла, образованного прямолинейным краем и черточкой на транспортире (рис. 183). Прочертите стороны развернутого угла на транспортире до краев чертежа.

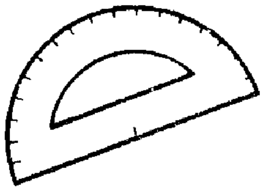


Рис. 183

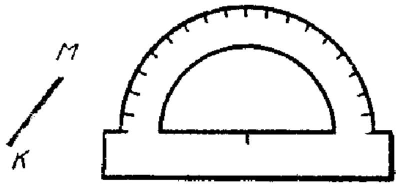


Рис. 184

283. Обозначьте буквой A вершину развернутого угла, образованного линейкой и черточкой на транспортире (рис. 184). Запишите, пересекает ли сторона развернутого угла на транспортире отрезок MK. Ответ: ... .

284. На каждом рисунке обозначьте через AB сторону развернутого угла, от которой следует вести отсчет (рис. 185). Укажите в каждом случае, сколько градусов содержит угол.

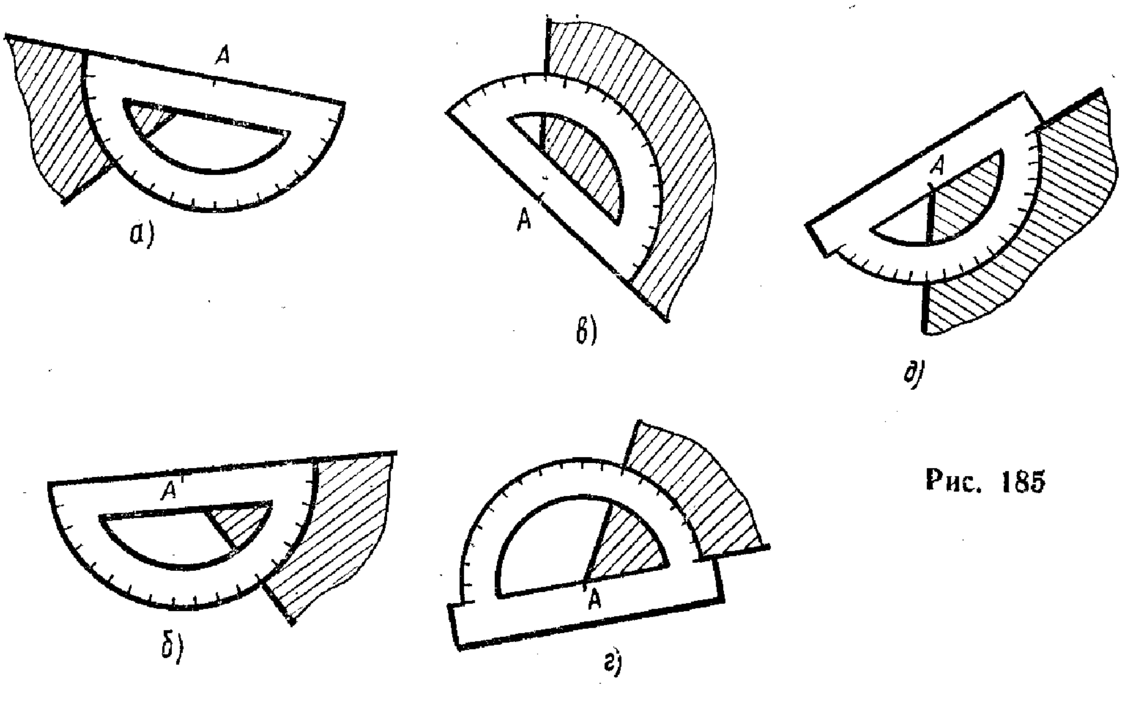


Рис. 185

а) Угол содержит ... . б) Угол содержит ... . в) Угол содержит ... . г) Угол содержит ... . д) Угол содержит ... .

285. Измерьте транспортиром и запишите, сколько градусов содержится в каждом из углов, изображенных на рисунке 186.

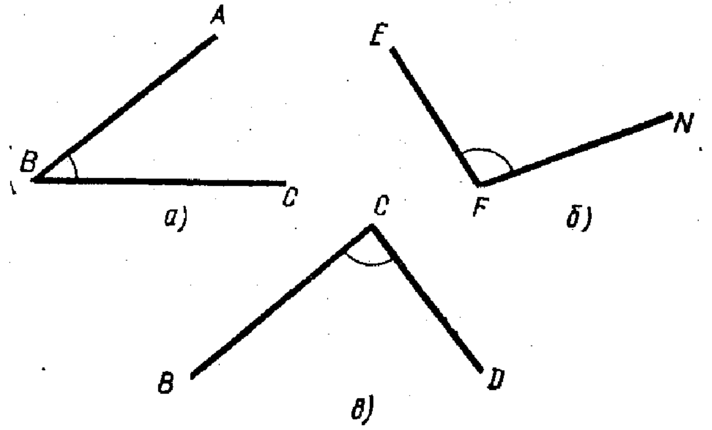


Рис. 186

а) $\angle ABC$ содержит ... . б) $E\hat{F}N = \ldots$. в) $\ldots = \ldots$.

286. Найдите величины углов каждого изображенного на рисунке 187 треугольника.

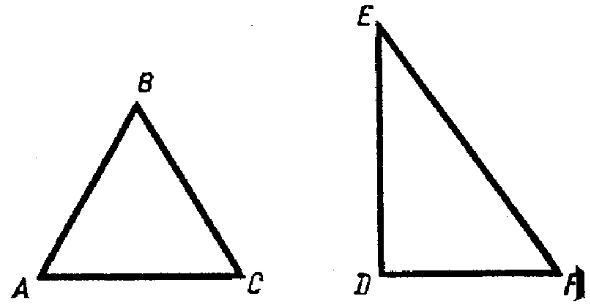


Рис. 187

$A\hat{B}C = \ldots$ $\quad D\hat{E}F = \ldots$

$B\hat{C}A = \ldots$ $\quad E\hat{D}F = \ldots$

$C\hat{A}B = \ldots$ $\quad D\hat{F}E = \ldots$

Итого ... Итого ...

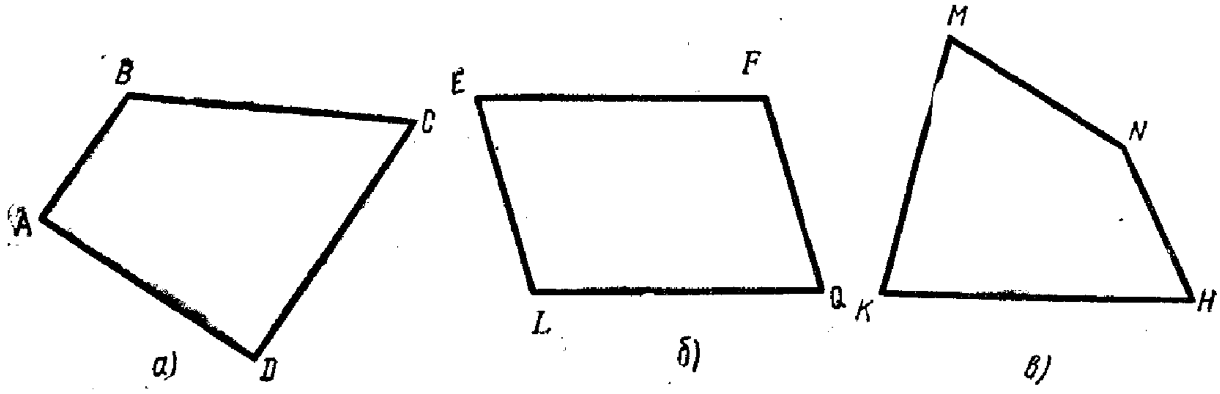


Рис. 188

287. Найдите сумму углов каждого изображенного на рисунке 188 четырехугольника.

а) $\hat{A} = \dots$ б) $\dots$ в) $\dots$
$\hat{B} = \dots$ $\dots$ $\dots$
$\hat{C} = \dots$ $\dots$ $\dots$
$\hat{D} = \dots$ $\dots$ $\dots$
Итого... Итого... Итого...

288. Постройте с помощью транспортира биссектрису каждого изображенного на рисунке 189 угла.

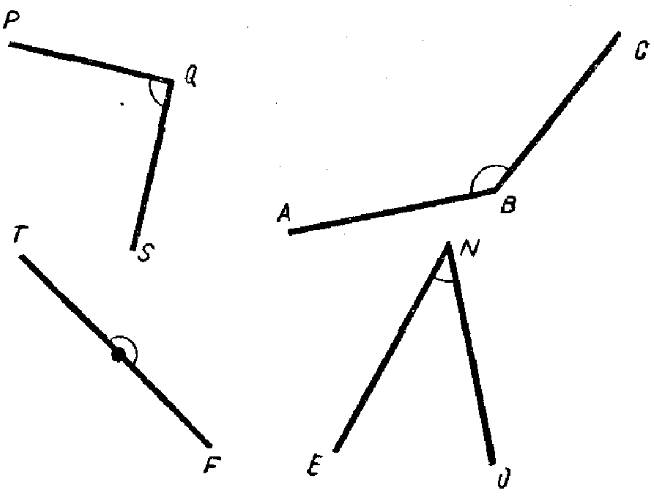


Рис. 189

289. Проведите луч MK так, чтобы получился угол в 30° и точка A оказалась внутри этого угла (рис. 190).

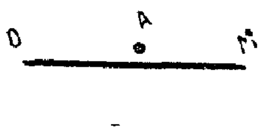


Рис. 190

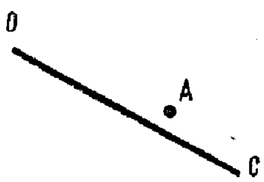


Рис. 191

290. Проведите луч OD так, чтобы получился угол в 60° и точка A оказалась вне этого угла (рис. 191).

291. Проведите лучи CM и MA так, чтобы получилось два угла по 90° (рис. 192).

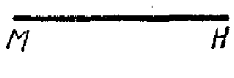


Рис. 192

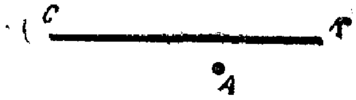


Рис. 193

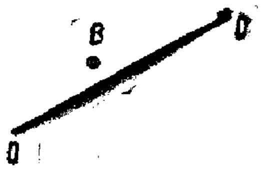


Рис. 194

292. Проведите луч KE так, чтобы получился угол в 120°, содержащий точку A (рис. 193).

293. Проведите луч CD так, чтобы получился угол в 150°, не содержащий точку B (рис. 194).

58. Сложение десятичных дробей.

294. Заполните пропуски.

При сложении натуральных чисел «столбиком» единицы подписываются под ... , десятки под... и т. д.

Точно так же поступают при сложении десятичных ... : располагают единицы под ... , десятки под ... и т. д. Поэтому запятая во втором слагаемом оказывается под ... первого ... .

295. Выполните сложение «столбиком».

а) 8,415 + 21,37; б) 21,37 + 8,415.

```
  ..., ...          ..., ...
+                 +
  ..., ...          ..., ...
 ----------        ----------
  ..., ...          ..., ...
```

Результаты получились ... (одинаковые, разные), так как сложение десятичных... подчиняется ... закону.

296. Заполните таблицы (рис. 195).

а)

x	0,23	6,37	0,82	20,98	5,77	10,73	9,63
$x+0,37$							

б)

c	0,07	0,78	2,18	15,08	1,81	3,99	16,88
$5,22+c$							

Рис. 195

59. Вычитание десятичных дробей.

297. Выполните вычитание «столбиком».

а) 320,00532—19,3678; б) 345,787—289,89892.

```
  ..., ...          ..., ...
-                 -
  ..., ...          ..., ...
 ----------        ----------
  ..., ...          ..., ...
```

298. Заполните таблицы (рис. 196).

а)

x	0,43	6,37	0,82	20,98	5,77	10,03	9,063	0,37
$x-0,37$								

б)

y	0,07	0,78	1,81	2,18	3,99	15,08	16,08	
$17,88-y$								

Рис. 196

60. Округление чисел.

299. К какому числу ближе число 5—к числу 2 или к числу 9?

Решение. Отмечаем числа 2, 5 и 9 на числовом луче (рис. 197). Из чертежа видно, что от 2 до 5 ... единицы, а от... до 9... единицы. Число 5 ближе к числу ... , чем к числу ... .

Рис. 197

300. Округлите до единиц число 39,498.

Решение. Запишем приближенные целые значения числа 39,498 с недостатком и с ... :

$$\ldots < 39{,}498 < \ldots .$$

Посмотрим, к какому приближенному числу единиц, с недостатком или с избытком, ближе число ... .

$$39{,}498 - \ldots = \ldots ; \quad 40 - \ldots = \ldots .$$

Ближе к 39,498 число ... . Ответ: $39{,}498 \approx \ldots$.

301. Округлите до десятых число 21,851.

Решение. Приближенное значение числа ... с точностью до десятых с недостатком равно 21, ..., а с избытком равно ... .

$$\ldots , \ldots < 21{,}851 < \ldots , \ldots .$$

Посмотрим, к какому из этих приближенных значений ближе число 21,851.

$$21{,}851 - \ldots , \ldots = \ldots , \ldots ; \quad \ldots - \ldots = \ldots .$$

Ближе к 21,851 число ... , ... Ответ: $21{,}851 \approx \ldots , \ldots$.

302. Округлите до десятых число 3,65.

Решение. Приближенные значения числа ... с точностью до ... с недостатком и с ... равны ... и ... .

$$\ldots , \ldots < \ldots , \ldots < \ldots , \ldots .$$

Посмотрим, к какому приближенному значению, с недостатком или с ... , ближе число ... , ...

$$3{,}65 - \ldots , \ldots = \ldots , \ldots ; \quad \ldots - \ldots = \ldots .$$

Число 3,65... удалено от чисел 3,6 и ... . При округлении его принято заменять приближенным значением с ... . Ответ: $3{,}65 \approx \ldots , \ldots$.

303. Округлите до единиц дробь 5,87259.

В разряде десятых стоит цифра ... . Поэтому надо взять приближенное значение с ... .Отбросим все цифры, следующие за цифрой единиц, и к последнему из оставшихся разрядов добавим ... . Получим $5{,}87259 \approx \ldots$.

304. Округлите до единиц дробь 18,4999.

В разряде десятых стоит цифра ... . Поэтому надо взять приближенное значение с ... . Отбросим все цифры, следующие за цифрой единиц. Получим $18{,}4999 \approx \ldots$.

305. Округлите до десятков дробь 36,159.

В разряде единиц стоит цифра ... . Поэтому при округлении надо взять приближенное значение с ... . Ответ: $36{,}159 \approx \ldots$.

306. Округлите дроби.

а) До единиц
1) $3{,}5 \approx \ldots$
2) $51{,}47 \approx \ldots$
3) $19{,}656 \approx \ldots$

б) До десятков
1) $56{,}25 \approx \ldots$
2) $0{,}42 \approx \ldots$
3) $115{,}49 \approx \ldots$

в) До десятых
1) $29{,}986 \approx \ldots$
2) $0{,}1 \approx \ldots$
3) $124{,}455 \approx \ldots$

г) До сотен
1) $100{,}7235 \approx \ldots$
2) $291{,}6724 \approx \ldots$
3) $950{,}9 \approx \ldots$

д) До сотых
1) $0{,}705 \approx \ldots$
2) $9{,}433 \approx \ldots$

е) До тысяч
1) $667{,}89 \approx \ldots$
2) $1976{,}1991 \approx \ldots$

61. Умножение десятичных дробей.

307. Заполните пропуски. В произведениях данных чисел поставьте запятые, чтобы получились верные равенства.

а) В числе 59,76 справа после запятой стоят ... цифры, в числе 21,07 — ... цифры. Значит, в их произведении надо отделить справа запятой ... цифры: $59{,}76 \cdot 21{,}07 = 12591432$

б) В числах 597,6 и 210,7 после запятой стоят ... цифры. Значит, в их произведении надо отделить запятой ... цифры: $5976, \cdot 210{,}7 = 12591432$.

в) В произведении чисел 0,5976 и 0,02107 надо записать результат умножения целых чисел ... и ... , а затем отделить запятой справа .. цифр: $0{,}5976 \cdot 0{,}02107 =$ ... .

62. Частные случаи умножения десятичных дробей.

308. а) Чтобы умножить десятичную дробь на 10, надо перенести запятую ... (влево, вправо) на ... знак.

б) Чтобы умножить десятичную дробь на 100, надо перенести... на ... знака.

в) Чтобы умножить десятичную дробь на 1000, надо ... .

309. Выполните умножение и заполните таблицу (рис. 198).

x	10	100	1000
$7{,}64x$			
$0{,}106x$			
$0{,}0005x$			

Рис. 198

x					
$10x$					
$100x$					
$1000x$					
$10000x$					

Рис. 199

310. Задание выполняется по указанию учителя (рис. 199).

311. Вставьте одно из чисел: 10, 100, 1000, чтобы получилось верное равенство:

а) $38{,}6 \cdot \ldots = 386$;
б) $0{,}123 \cdot \ldots = 12{,}3$;
в) $6 \cdot \ldots = 6000$;
г) $0{,}01349 \cdot \ldots = 13{,}49$;
д) $0{,}0174 \cdot \ldots = 17{,}4$;
е) $0{,}00062 \cdot \ldots = 0{,}0062$.

63. Смежные углы.

312. Заполните пропуски.

Смежными углами называются ... угла, объединение которых ... угол, а пересечение — ... . Смежные углы имеют одну .. сторону Две другие стороны смежных углов составляют ... . Сумма величин смежных углов равна ... .

313. Являются ли углы AOB и BOC смежными (рис. 200)?

Решение. 1) Проверим, является ли объединение этих углов ... . Объединением углов AOB и BOC является ... угол со сторонами .. и ... .

2) Проверим, является ли пересечение этих углов ... Пересечением углов AOB и BOC является ... . На рисунке этот луч обозначен ... . Ответ: углы... и BOC ... .

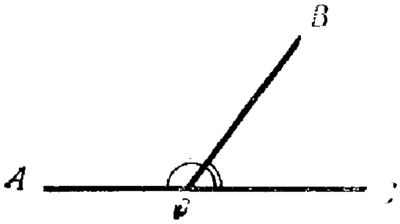


Рис. 200

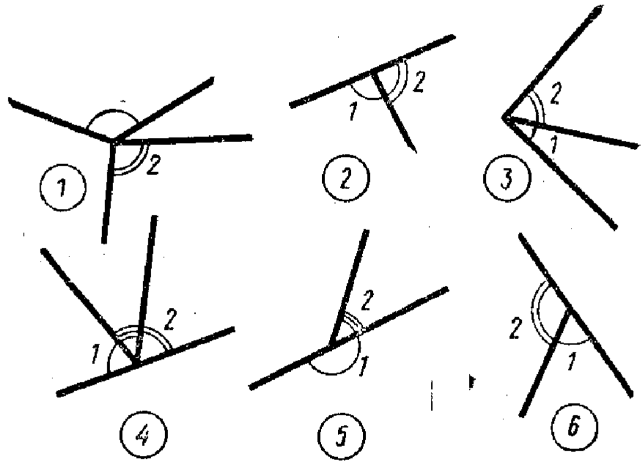


Рис. 201

314. Какие из изображенных на рисунке 201 пар углов 1 и 2 являются смежными?

Решение. Закрасим цветным карандашом объединение углов 1 и 2 на каждом из рисунков. Объединением является развернутый угол на рисунках ... .

Закрасим цветным карандашом пересечение углов 1 и 2. Луч является пересечением углов на рисунках ... . Ответ: смежными являются пары углов на рисунках ... .

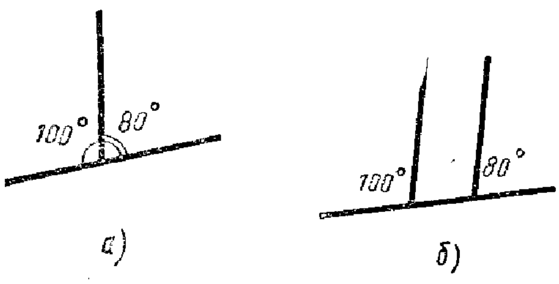


Рис. 202

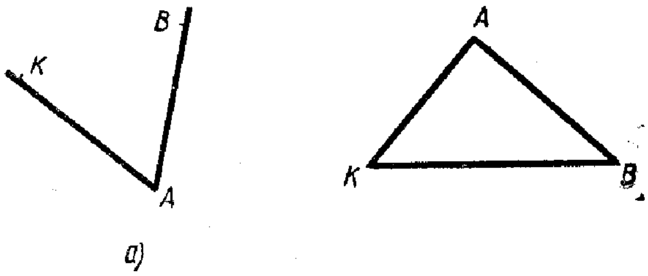


Рис. 203

315. Известно, что сумма величин углов 1 и 2 равна 180°, сумма величин углов 3 и 4 равна 179°, сумма величин углов 5 и 6 равна 181°. Являются ли эти пары углов смежными?

Решение. Если два угла смежные, то сумма их величин равна ... . Пары углов, сумма величин которых равна 180°, могут быть ... , а могут быть и не ... . На рисунке 202, *а* углы в 100 и 80° ... (являются, не являются) смежными, на рисунке 202, б... смежными. Ответ: не могут быть смежными пары углов ... . Углы 1 и 2 ... смежными, а могут быть ... .

316. Постройте всевозможные углы, смежные с углом KAB. Найдите величины построенных углов, если величина угла KAB равна 63° (рис. 203). Ответ: величина каждого из построенных углов равна ... .

64. Деление десятичной дроби на натуральное число.

317. Напишите частные, заполните пропуски.

а)
```
 3939,84 |32
−32      |...
  73
 −64
   99
  −96
    38
   −32
     64
    −64
```

б)
```
 12,42 |23
−11 5  |...
    92
   −92
```

в)
```
 0,846 |12
−84    |...
    60
   −60
```

В примере а) последней цифрой, которая получается при делении целой части на число 32, является цифра ... . Значит, запятую надо ставить после цифры ... .

В примере б) целая часть числа 12,42 ... (больше, меньше, равна) делителя ... . Поэтому в частном получается ... целых.

В примере в) делимое содержит ... целых. Поэтому и частное содержит ... целых. Число десятых делимого ... (больше, меньше) делителя. Поэтому в частном содержится ... десятых.

65. Деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д.

318. Чтобы разделить десятичную дробь на 10, надо перенести запятую ... (влево, вправо) на ... знак. Чтобы разделить десятичную дробь на 100, надо перенести ... на ... знака. Чтобы разделить десятичную дробь на 1000, надо ... .

x	10	100	1000
$5{,}963 : x$			
$3{,}785 : x$			
$49{,}36 : x$			

Рис. 204

319. Выполните действия и заполните таблицу (рис. 204).

x						
$x : 10$						
$x : 100$						
$x : 1000$						
$x : 10000$						

Рис. 205

320. Задание выполняется по указанию учителя (рис. 205).

321. Вставьте одно из чисел: 10, 100, 1000, чтобы получилось верное равенство.

а) 3,56 : ... = 0,356; г) 123 : ... = 1,23;
б) 0,23 : ... = 0,023; д) 3,7 : ... = 0,037;
в) 35,84 : ... = 3,584; е) 3,8 : ... = 0,0038.

322. Вставьте в каждом случае знак $>$, $<$ или $=$, чтобы получилось верное высказывание.

а) 45,7 · 100 ... 457 : 10; в) 2 : 10 ... 0,002 · 100;
б) 38,5 : 100 ... 385 : 1000; г) 0,314 · 100... 458,3 : 100.

66. Перпендикулярные прямые.

323. Перпендикулярны ли прямые AB и CD (рис. 206)?

Решение. Найдем точку пересечения и обозначим ее K.

Прямые AB и CD перпендикулярны в том случае, когда они делят плоскость на четыре ... угла. При этом если один из углов с вершиной в точке ... прямой, то и остальные три угла ... .

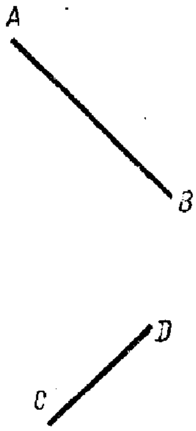


Рис. 206

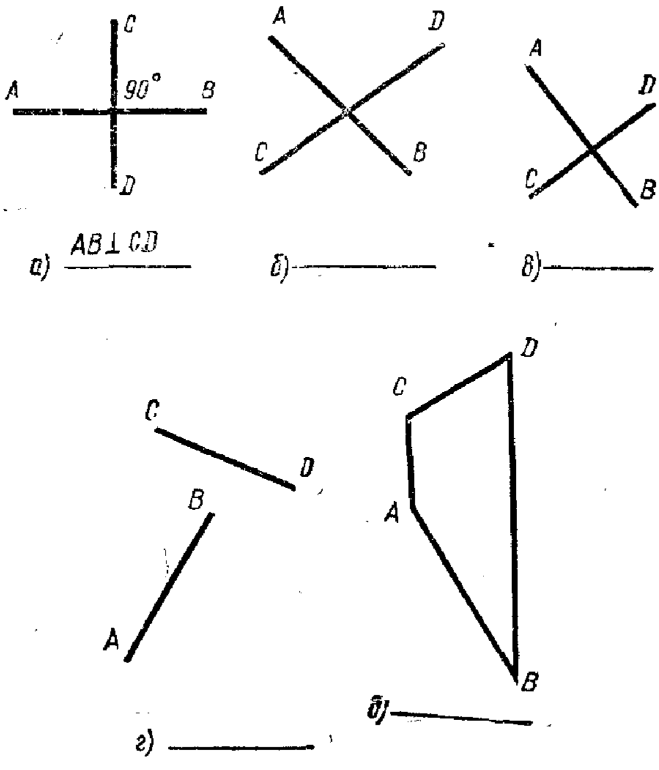


Рис. 207

Проверим, является ли прямым один из углов, образовавшихся при пересечении прямых AB и CD. Ответ: прямые AB и CD ... .

324. Установите, какие пары прямых AB и CD перпендикулярны (рис. 207). В случае, когда прямые перпендикулярны, отметьте внутри одного из образовавшихся углов его величину и запишите утверждение о перпендикулярности с помощью знака $\perp$.

325. Через точку O проведите прямую OK, перпендикулярную прямой MN (рис. 208). Внутри одного из углов, образовавшихся при пересечении перпендикулярных прямых, укажите его величину.

Рис. 208

67. Проценты.

326. Студенческий строительный отряд на Байкало-Амурской магистрали получил задание выполнить работы на участке длиной 530 м. Через 10 дней было выполнено 30% задания. На участке какой длины выполнены работы?

Решение. Процентом называется ... часть. Значит, 1% задания это (... : ...) м дороги. Поскольку за 10 дней студенты выполнили ...% задания, они завершили работы на (... , ... · ...) м = ... м участка магистрали. Ответ: работа выполнена на участке длиной ... м.

327. Выразите в процентах число заштрихованных клеток (рис. 209).

Решение. Процент — это ... . Всего клеток ... . Поэтому одна клетка составляет ...%. Поскольку заштриховано ... клеток, то их число составляет ... % от общего числа клеток. Ответ: заштриховано ... % всех клеток.

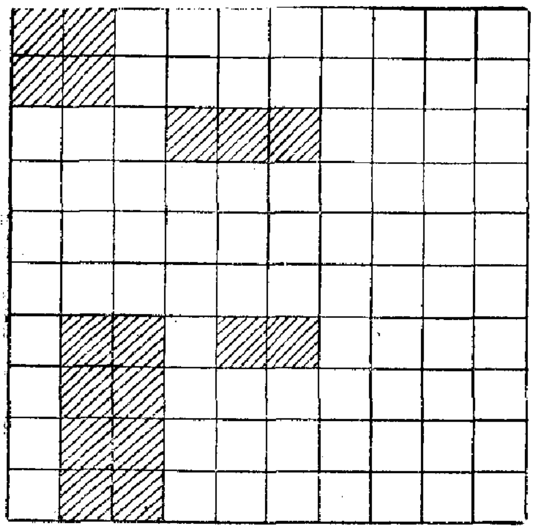


Рис. 209

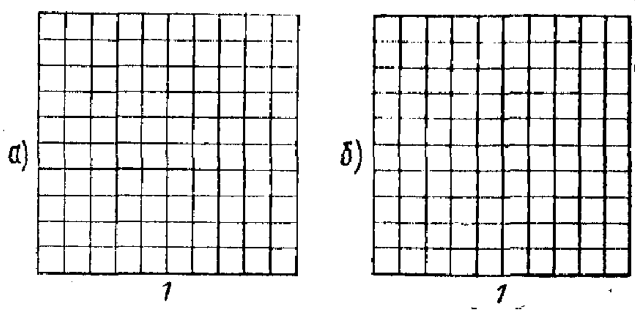


Рис. 210

328. Штриховкой обозначьте число процентов, указанное учителем (рис. 210).

68. Круговые диаграммы.

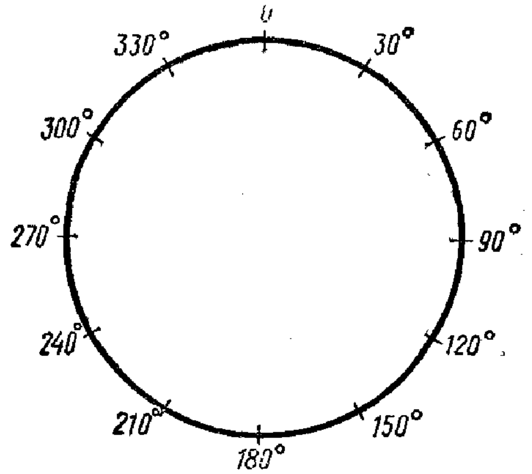


Рис. 211

329. Постройте диаграмму рекомендуемого врачами распределения дневной нормы пищи: утренний завтрак — 25%, второй завтрак — 15%, обед — 45%, ужин — 15% (рис. 211).

Решение. Выясним, какую часть круга должен составлять каждый из четырех приемов пищи. Утренний завтрак составляет ... %, или... часть. Второй завтрак составляет ... %, или ... . Обед составляет ...%, или ... . Ужин составляет. ..., .

Круг, на котором надо строить диаграмму, разбит на градусы. Поэтому установим, сколько ... должна содержать каждая из частей. Часть круга, соответствующая утреннему завтраку, должна составлять 360° · ... = ...; второму завтраку — ... · ... = ... ; обеду — ... · ... = ... ; ужину — ... .

330. Это задание выполните по указанию учителя (рис. 212).

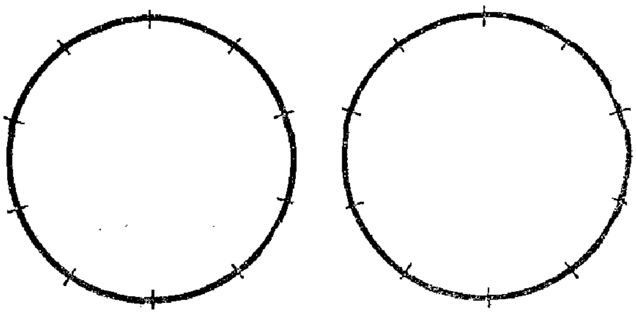


Рис. 212

69. Деление на десятичную дробь.

331. Заполните пропуски.

Выполняя деление числа на десятичную дробь, надо перенести в делимом и в ... запятую вправо на столько цифр, сколько их ... . Если делитель 32,5, надо перенести запятую вправо на ... знак; если делитель 0,325, запятую надо перенести ... .

332. Не выполняя деления, замените деление на десятичную дробь делением на натуральное число.

а) 2,0375 : 3,5 = ... : 35; б) 3,1 : 2,000076 = ... ; в) 37,504 : 28,946 = = ... : ...; г) 0,3176841 : 0,003 = ...

333. В частном поставьте запятую, чтобы получилось верное равенство.

а) 136904,13 : 680,1 = 2013; б) 13,690413 : 6,801 = 2013.

334. В частном допишите нули и запятую, чтобы получилось верное равенство.

а) 0,53859 : 1,381 = ...39; б) 0,00001632 : 0,02 = ...816.

70. Масштаб.

335. Определите масштаб карты, если расстояние между пунктами A и B в действительности равно 1 км (рис. 213).

Решение. Масштаб карты—это число, которое показывает, во сколько раз на карте ... (увеличены, уменьшены) все размеры.

Подсчитаем, во сколько раз уменьшено расстояние между точками ... и ... .

$$1 \text{ км} = \dots \text{ м} = \dots \text{ см}.$$

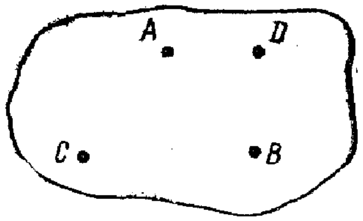


Рис. 213

На карте этот отрезок имеет длину ... см. Значит, отрезок уменьшен в ... раз. Ответ: масштаб равен ... .

71. Построение треугольников.

336. Постройте треугольник ABC, если известно, что $C \in [AM]$ и $|AC| = 4$ см (рис. 214).

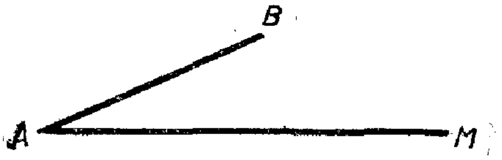


Рис. 214

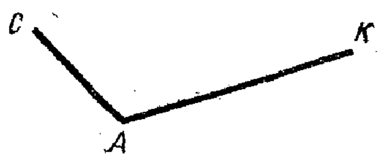


Рис. 215

337. Постройте треугольник ABC, если известно, что $B \in [AK)$ и $|AB| = 3$ см (рис. 215).

338. Постройте треугольник ABC, если известно, что $B \in [AT]$, $C \in [AK)$, $|AB| = 4$ см, $|AC| = 5$ см (рис. 216).

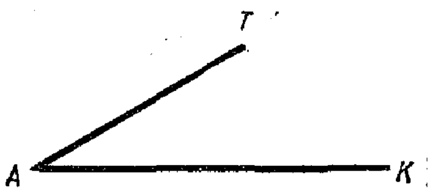


Рис. 216

Рис. 217

339. Постройте треугольник ABC, если известно, что $\widehat{BAC} = 40°$, $|AB| = 45$ мм (рис. 217).

340. Постройте треугольник ABC, если $C \in [AK]$, $|AC| = 7$ см, $\widehat{BAC} = 60°$, $|AB| = 4$ см (рис. 218).

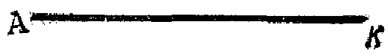


Рис. 218

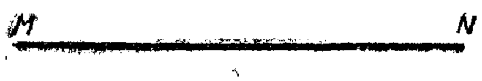


Рис. 219

341. Постройте треугольник ABC, если известно, что (AB) совпадает с (MN), $|AB| = 6,5$ см, $A = 120°$, $|AC| = 7$ см (рис. 219).

72. Среднее арифметическое.

342. Среднее арифметическое чисел 0,7 и 19,94 равно

$$\frac{\ldots+\ldots}{\ldots}=\ldots .$$

343. Среднее арифметическое чисел 3,71; 8,956 и 71,1 равно

$$\frac{\ldots+\ldots+\ldots}{\ldots}=\ldots .$$

344. Расположите на числовом луче (рис. 220) среднее арифметическое указанных чисел.

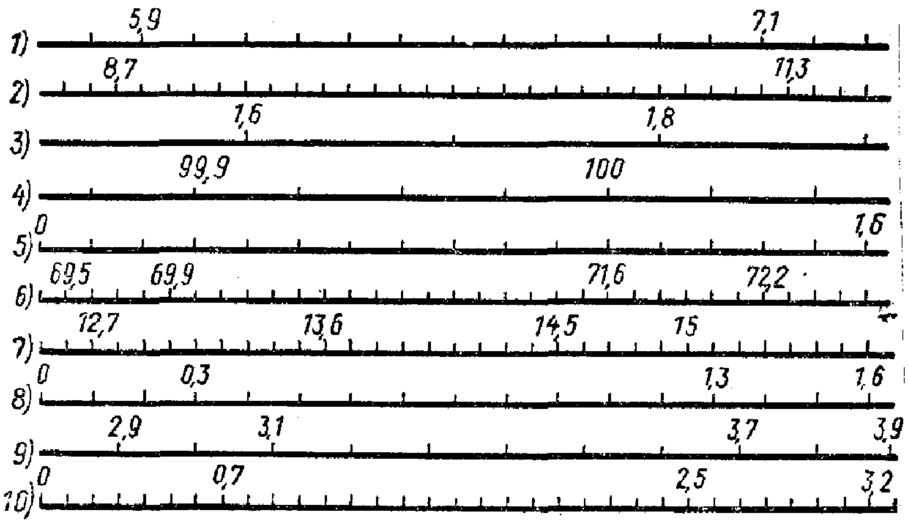


Рис. 220

73. Формулы.

345. Заполните пропуски.

Формула пути $s=$ ... , где s — путь, v — скорость, t — ... .

346. Какой путь пройдет пешеход за 3,5 часа, если будет идти со скоростью 4,2 км в час?

Решение. По условию задачи: $v=$ ... . $t=$ ... . Подставим в формулу $s=$ ... вместо переменной v ее значение ... , а вместо t значение ... ,

$s=$ ... · ... ; $s=$ ... .

347. За 3,5 часа поезд прошел 200 км. С какой скоростью шел поезд?

Решение. По условию задачи: ... ; ... . Подставим в формулу $s=$ ... вместо переменной s ее значение ... , а вместо t значение ... : ... $= v\cdot$ ... .

Решим полученное уравнение:

$v=$ ... : ... ; $v=$ ... .

	а	б	в	г	д	е
S		518	99,06		16,92	400,118
v	20,3		76,2	12,4		54,07
t	7,1	3,7		3,2	3,6	

Рис. 221

348. Заполните таблицу, находя путь, скорость или время по значениям двух других величин (рис. 221).

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИКТАНТЫ

Тексты диктантов даны к большинству пунктов учебника. Номер диктанта совпадает с номером пункта. Диктанты могут быть дополнены вопросами типа «Устный счет», в них может предлагаться записать ответы, полученные при решении домашних задач, задач на повторение пройденного и т. п. Такие диктанты полезно предлагать и к тем пунктам, по которым нами тексты не представлены. Вначале приведен полный текст диктанта № 1. Здесь буква А означает, что текст относится к I варианту (читает мужской голос), буква Б — ко II варианту (женский голос).

После этого даны тексты диктантов (в том числе — для сравнения — и диктанта № 1) в сокращении: приведен I вариант, а затем в скобках те отличия, которые следует вносить во II вариант (если формулировка II варианта не отличается от I, приведен только текст I варианта).

Обозначение натуральных чисел
(полный текст диктанта № 1)

А. I вариант. Вопрос № 1. Запишите цифрами числа: триста сорок восемь тысяч пять...

Б. II вариант. Вопрос № 1. Запишите цифрами числа: двести девяносто одна тысяча три...

А. Двадцать четыре тысячи триста пятьдесят девять...

Б. Тридцать семь тысяч двести пятьдесят один...

А. Сто тысяч...

Б. Десять тысяч...

А. Вопрос № 2. Запишите цифрами числа: сто один миллион двадцать...

Б. Вопрос № 2. Запишите цифрами числа: пятьсот четыре миллиона...

А. Пятьсот сорок миллионов...

Б. Двести четыре миллиарда пятьдесят...

А. Вопрос № 3. Запишите число, состоящее из цифры 2 и шести нулей...

Б. Вопрос № 3. Запишите число, состоящее из цифры 5 и шести нулей...

А. Запишите, как читается это число.

Б. Запишите, как читается это число.

А. Вопрос № 4. Запишите число одной двойкой с девятью нулями..

Б. Вопрос № 4. Запишите число одной семеркой с девятью нулями..

А. Запишите, как читается это число.

Б. Запишите, как читается это число.

А. Чем является двойка в этой записи, числом или цифрой?

Б. Чем является семерка в этой записи, числом или цифрой?

1. Обозначение натуральных чисел.

Вопрос № 1. Запишите цифрами числа: 348 005 (291 003), 24 359 (37 251), 100 000 (10 000).

Вопрос № 2. Запишите цифрами числа: 101 000 020 (504 000 000), 540 000 000 (204 000 000 050).

Вопрос № 3. Запишите число, состоящее из цифры 2 (5) и шести нулей ... . Запишите, как читается это число.

Вопрос № 4. Запишите число одной двойкой (семеркой) с девятью нулями ... . Запишите, как читается это число. Чем является двойка (семерка) в этой записи—числом или цифрой?

2. Обозначение дробных чисел.

Вопрос № 1. Запишите дроби: $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_6$ ($^1/_5$, $^3/_7$, $^2/_4$).

Вопрос № 2. Подчеркните те из записанных дробей, которые равны между собой.

Вопрос № 3. Чем является число два (один) в первой дроби?

Вопрос № 4. Чем является число два (семь) во второй дроби?

Вопрос № 5. Запишите две дроби с одним и тем же числителем (знаменателем) 8, знаменатели (числители) которых равны 14 и 16 (4 и 6).

Вопрос № 6. Подчеркните ту из записанных дробей, которая равна одной второй.

Вопрос № 7. От веревки длиной 22 м (9 м) отрезали 7 м (6 м). Какую часть веревки отрезали?

Вопрос № 8. В мешке 18 кг (24 кг) крупы. Какова масса $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}\right)$ мешка? $\frac{2}{9}\left(\frac{3}{8}\right)$ мешка?

3. Отрезок и его длина.

Вопрос № 1. Сколько отрезков (ломаных), соединяющих точки B и C (A и D) можно провести?

Вопрос № 2. Запишите, используя символы, все возможные обозначения отрезка, соединяющего точки B и C (A и D).

Вопрос № 3. Запишите с помощью символов: отрезок MC (AE), отрезок CA (длина отрезка KA), длина отрезка AC (отрезок BK), длина отрезка MC (KB) равна 7 м (8 дм).

5. Прямая.

Вопрос № 1. Можно ли провести через две различные точки A и B (C и D) несколько различных линий (различных прямых)?

Вопрос № 2. Можно ли провести через две различные точки C и D (A и B) несколько различных прямых (различных линий)?

Вопрос № 3. Запишите с помощью символов: прямая AK (отрезки MC и AB параллельны), отрезки AK и BC параллельны (прямая CM), длина отрезка AK равна 7 см (длина отрезка CM), прямая AK (CM) параллельна сама себе.

Вопрос № 4. Длина отрезка AC равна $\frac{1}{3}$ см $\left(\frac{1}{3}\text{ м}\right)$. Можно ли на этом отрезке отложить отрезок длиной 12 мм?

Вопрос № 5. Расстояние между точками A и C равно 1 см (7 мм). Можно ли отложить на прямой AC отрезок длиной 7 см (8 мм)?

Вопрос № 6. Две прямые на плоскости не имеют общих точек. Параллельны ли они? (Два отрезка принадлежат одной и той же прямой. Как называются такие отрезки?)

Вопрос № 7. Два отрезка на плоскости не имеют общих точек. Параллельны ли они? (Две различные прямые проходят через параллельные отрезки. Как называются такие прямые?)

Вопрос № 8. Два отрезка лежат на непараллельных прямых. Параллельны ли они?

Вопрос № 9. Две различные прямые содержат параллельные отрезки. Как называются такие прямые? (Два отрезка на плоскости не имеют общих точек. Параллельны ли они?)

Вопрос № 10. Два отрезка принадлежат одной и той же прямой. Как называются такие отрезки? (Две прямые на плоскости не имеют общих точек. Параллельны ли они?)

6. Луч.

Вопрос № 1. Расстояние между O и K равно $\frac{1}{8}$ дм. Можно ли на луче OK отложить отрезок длиной 7 см (3 см)?

Вопрос № 2. Запишите с помощью символов: прямые AB и CD параллельны (отрезки AB и CD параллельны), отрезок AK имеет длину 7 см (прямая AC), луч AB (луч AC), луч BA (длина отрезка AC равна 3 см), луч с началом в точке K, проходящий через точку C (луч с началом в точке C, проходящий через точку A).

Вопрос № 3. На луче AK (KA) отмечена точка B. Назовите луч AK (KA) по-другому.

7. Бесконечная шкала.

Вопрос № 1. Может ли бесконечная шкала быть построена на отрезке длиной 10 000 000 км? (Может ли оказаться, что на бесконечной шкале нельзя поместить число 350 млн.?)

Вопрос № 2. Начало луча BC (CB) обозначили числом 0, в другом конце отрезка BC поставили 1. Как называется отрезок BC? Можно ли отметить на этом луче точку K, изображающую число $\frac{1}{3}$ $\left(\frac{1}{8}\right)$?

8. Числовые множества.

Вопрос № 1. Запишите множество натуральных чисел, расположенных между числами 131 и 134 (232 и 235).

Вопрос № 2. Запишите множество натуральных чисел, расположенных между числами 18 и 20 (28 и 29), 23 и 24 (33 и 35).

Вопрос № 3. Принадлежит ли множеству чисел, расположенных на луче между числами 0 и 1, число $\frac{7}{8}$ $\left(\frac{2}{3}\right)$?

9. Множества с любыми элементами.

Вопрос № 1. Рассмотрим множество домов Ленинского проспекта. Является ли дом с адресом «Москва, Ленинский проспект, 38» элементом этого множества? (Рассмотрим множество квартир, расположенных в домах Ленинского проспекта Москвы. Является ли квартира с адресом «Москва, Ленинский проспект, 24, кв. 2» элементом этого множества?) Является ли квартира из этого дома элементом рассматриваемого множества? (Является ли дом 24 по Ленинскому проспекту элементом этого множества?)

Вопрос № 2. Является ли элементом множества четных (нечетных) двузначных чисел число 18 (23), число 320 (321)?

Вопрос № 3. Запишите, что множество отрезков AB и CD (AC и BD) и множество отрезков DC и BA (DB и CA) — одно и то же множество. Можно ли утверждать, что множество лучей AB и CD (прямых AC и BD) и множество лучей DC и BA (прямых DB и CA) — одно и то же множество?

10. Знаки $\in$ и $\notin$.

Вопрос № 1. A — множество дробей, равных $\frac{1}{2}$ $\left(\frac{1}{3}\right)$. Запишите, принадлежит ли этому множеству $\frac{4}{8}$ $\left(\frac{2}{9}\right)$, $\frac{6}{9}$ $\left(\frac{4}{12}\right)$.

Вопрос № 2. Запишите с помощью скобок, что A есть множество дробей, меньших 1 и имеющих знаменателем число 4 (что A есть множество месяцев между апрелем и августом). Запишите с помощью знака, принадлежит ли дробь $\frac{3}{4}$ множеству A. Запишите, принадлежит ли этому множеству дробь $\frac{4}{5}$ (принадлежит ли июнь множеству A).

11. Конгруэнтные фигуры.

Вопрос № 1. Отрезки AB и CD (PR и BC) конгруэнтны. Длина отрезка CD (PR) равна $\frac{2}{5}$ м $\left(\frac{3}{10}\right)$ м. Чему равна длина отрезка AB (BC)? Может ли луч быть конгруэнтен прямой?

Вопрос № 2. Существуют ли конгруэнтные лучи AB и CD (прямые PQ и AK)? Существуют ли неконгруэнтные лучи AB и CD (прямые PQ и AK)?

Вопрос № 3. Закончите фразу: «Две фигуры, которые можно совместить при наложении, называются... ».

Вопрос № 4. Могут ли быть конгруэнтными треугольник (шестиугольник) и квадрат?

12. Меньше или больше.

Вопрос № 1. Напишите два различных числа и подчеркните большее (меньшее) из них.

Вопрос № 2. Запишите рядом следующие числа. Соедините их знаком «больше», «меньше» или «равно»: $\frac{2}{15}, \frac{7}{15}\left(\frac{8}{21}, \frac{20}{21}\right)$; $\frac{8}{15}, \frac{7}{15}\left(\frac{3}{7}, \frac{9}{21}\right)$; $\frac{3}{5}, \frac{9}{15}\left(1, \frac{3}{7}\right)$; $1, \frac{9}{15}\left(\frac{9}{21}, \frac{1}{21}\right)$.

Вопрос № 3. Запишите числа: 6 миллиардов (2 миллиарда), 21 миллион (39 тысяч), 0 ($^1/_{13}$), $^3/_7$ ($^9/_{13}$), $^1/_7$ (1). Какое из этих чисел расположено левее всех остальных на луче?

Вопрос № 4. Запишите числа: $\frac{2}{17}, \frac{3}{17}, \frac{23}{17}, \frac{6}{17}\left(\frac{3}{19}, \frac{18}{19}, \frac{17}{19}, \frac{1}{19}\right)$. Какое из этих чисел расположено правее всех остальных на луче?

13. Истинно или ложно.

Вопрос № 1. Буквой Q обозначено множество отрезков AB, AC и BC ($P = \{[OD], [OR], [DR]\}$). Запишите, используя символы, следующие высказывания: точка A принадлежит множеству Q ($O \in P$), отрезок BA принадлежит множеству Q ($[DR] \in P$), прямая BA не принадлежит множеству Q ($[DR] \notin P$), луч BA принадлежит множеству Q ($[RO] \notin P$). Подчеркните истинные высказывания.

Вопрос № 2. P — множество четных (нечетных) натуральных однозначных чисел. Запишите, используя символы, следующие высказывания: число $\frac{1}{2}$ является элементом множества P $\left(\frac{1}{3} \in P\right)$, число 22 принадлежит множеству P ($19 \in P$), число 8 не принадлежит множеству P ($3 \notin P$), число 3 не принадлежит множеству P ($8 \notin P$). Подчеркните истинные высказывания.

14. Прямоугольный параллелепипед.

Вопрос № 1. Сколько измерений у прямоугольного параллелепипеда? (Закончите предложение: «Каждая грань прямоугольного параллелепипеда имеет форму...».)

Вопрос № 2. Закончите предложение: «Куб — это прямоугольный параллелепипед, у которого равны между собой все...».

Вопрос № 3. Закончите предложение: «Каждая грань прямоугольного параллелепипеда имеет форму...». (Сколько измерений у прямоугольного параллелепипеда?)

15. Переменная.

Вопрос № 1. P — множество дробей, знаменатели которых равны 8, а числители — первые пять натуральных чисел. Подставьте каждый из элементов множества P вместо переменной в предложение: «y — число, равное $\frac{1}{2}$». Запишите получившиеся верные высказывания. (Q — множество дробей, знаменатели которых равны 6, а числители — первые пять натуральных чисел. Подставьте каждый из элементов множества Q вместо переменной x в предложение: «x — число, равное 1».)

Вопрос № 2. Запишите предложение с переменной: «x — число, меньшее чем 3 (большее чем 3)». Является ли значением этой переменной число 2? Является ли истинным высказывание, получившееся в результате замены x на 2? Является ли значением этой переменной число 7? Является ли истинным высказывание, получившееся в результате замены x на 7?

Вопрос № 3. При каком значении переменной x верно равенство $2 + x = 12$ $(17 - x = 7)$?

Вопрос № 4. Укажите два значения переменной x, при которых верно неравенство $x + 4 > 6$ $(x + 5 < 10)$.

Вопрос № 5. Запишите неравенство $x < 3$ $(x > 7)$. Чем является x в этом неравенстве? Подставьте вместо x число 4 (6). Истинно ли полученное высказывание?

16. Предложение с переменной.

Вопрос № 1. Запишите предложение: «Если от числа y (z) отнять 4 (3), то получится 2 (4)». При каких значениях переменной из множества $A = \{6;\ 7\}$ $(\{5;\ 7\})$ это предложение превращается в истинное (ложное) высказывание?

Вопрос № 2. Запишите предложение: «Если к числу x (y) прибавить 3 (2), то получится число, меньшее (большее) 20». Подставьте вместо x (y) каждое из чисел 3, 17, 18 (2, 18, 19). Для каждого из них отметьте, истинно или ложно получившееся высказывание.

17. Числовые выражения.

Вопрос № 1. Запишите решение задачи в виде числовых выражений.

Сколько стоит покупка, если: куплено 15 ложек по 30 коп. за штуку (12 вилок по 40 коп. за штуку); куплено 9 вилок по 40 коп. за штуку (3 ложки по 30 коп. за штуку); куплено 10 ложек по 30 коп. за штуку и 5 вилок по 40 коп. за штуку (6 ложек по 30 коп. за штуку и 11 вилок по 40 коп. за штуку). Найдите значение каждого выражения.

Вопрос № 2. Запишите выражения: разность произведения чисел 3 и 7 и частного чисел 30 и 3 (сумма произведения чисел 3 и 5 и частного чисел 6 и

2), сумма произведения чисел 5 и 3 и числа 6 (разность произведения чисел 3 и 9 и числа 7). Найдите значение каждого из выражений. Соедините выражения знаками «равно», «больше» или «меньше».

18. Выражение с переменной.

Вопрос № 1. Запишите решение задачи в виде выражения с переменной.

Сколько заплатили за покупку, если купили вначале x ложек (y вилок), потом еще 3 ложки (5 вилок), а цена каждой ложки 40 коп. (вилки — 30 коп.)?

Вопрос № 2. Подставьте в составленное выражение с переменной вместо x (y) числа 4 и 7 (3 и 6). Найдите значения получившихся числовых выражений.

19. Уравнение.

Вопрос № 1. Запишите:

$3x + 4$ $(5\ xxx - 2\ xx - 3 = 0)$;

$5 \cdot 7 - 3 = 32$ $(3 \cdot 5 - 2 = 13)$;

$3\ yyy - y - 2 = 0$ $(2y + 7)$;

$2x = x + 1$ $(5x - 3 = 2x)$.

Подчеркните записи, которые являются уравнениями.

Вопрос № 2. Составьте уравнение по следующему условию.

Весы находятся в равновесии. На одной чашке весов стоят две банки, каждая из которых массой x кг; на другой — одна такая же банка и гиря массой $\frac{1}{2}$ кг. Решите это уравнение. (Весы находятся в равновесии. На одной чашке весов стоят две коробки, каждая из которых массой y кг, и гиря массой 1 кг; на другой — одна такая же коробка и гиря массой 2 кг. Решите это уравнение.)

Вопрос № 3. Запишите уравнение $5 - x = 8$ $(7 - x = 8)$. Является ли корнем этого уравнения число 3 (1)? Каково множество корней этого уравнения?

Вопрос № 4. Запишите множество корней уравнения.

$x + 5 = 5 + x$ $(x = x + 1)$;

$x + 2 = x$ $(3 + x = x + 3)$.

20. Неравенство.

Вопрос № 1. Запишите неравенство $3 + x < 6$ $(7 - x > 3)$. Какие числа из множества $\{5, 3, 0, 1\}$ $(\{4, 3, 0, 1\})$ являются решениями этого неравенства?

Вопрос № 2. Найдите натуральные решения записанного неравенства.

Вопрос № 3. Найдите два решения неравенства $y > \frac{2}{3}$ $\left(x > \frac{3}{4}\right)$.

21. Площади.

Вопрос № 1. Какую длину имеет сторона квадрата площадью 1 га (1 а)?

Вопрос № 2. Сколько аров (гектаров) содержит квадрат со стороной 1 м (10 м)?

Вопрос № 3. Выразите в квадратных метрах: 3 га (6 см^2); 12 а (5 га); 20 дм^2 (14 а).

Вопрос № 4. Найдите площадь квадрата со стороной 3 см (2 см). Найдите площадь прямоугольника со сторонами 2 и 5 дм (3 и 4 см).

22. Знаки $\leqslant$ и $\geqslant$.

Вопрос № 1. Напишите два неравенства, каждое из которых имеет множество натуральных решений $\{1, 2, 3\}$ ($\{1, 2, 3, 4, 5\}$).

Вопрос № 2. Запишите с помощью знака $\geqslant$ или $\leqslant$ неравенство, решением которого служат все натуральные числа.

Вопрос № 3. Истинны ли высказывания: $7 \leqslant 7$ $(8 \geqslant 8)$; $6 \geqslant 5$ $(10 \leqslant 7)$; $15 \geqslant 15$ $(9 \leqslant 9)$; $8 \leqslant 1$ $(16 \geqslant 14)$?

23. Правильные и неправильные дроби.

Вопрос № 1. Запишите дроби: $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{5}{5}, \frac{6}{5}, \frac{5}{6}$ $\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{6}, \frac{7}{6}, \frac{6}{7}\right)$. Подчеркните правильные (неправильные) дроби.

Вопрос № 2. Запишите дроби: $\frac{11}{18}, \frac{34}{18}, \frac{18}{18}, \frac{19}{18}$ $\left(\frac{13}{17}, \frac{16}{17}, \frac{17}{17}, \frac{18}{17}, \frac{35}{17}\right)$. Подчеркните дроби, расположенные на луче правее 1.

Вопрос № 3. Напишите с помощью фигурных скобок множество неправильных дробей с числителем 4 (5).

Вопрос № 4. Запишите четыре высказывания: $x \leqslant y$; $x \geqslant y$; $x > y$; $x < y$. Подчеркните истинные (ложные) высказывания при условии, что $\frac{x}{y}$ — дробь правильная (неправильная).

24. Объемы.

Вопрос № 1. Чему равен объем тела, составленного из 6 конгруэнтных кубов, если ребро каждого куба имеет длину 1 м (1 дм)?

Вопрос № 2. Объем сосуда 8 куб. дм (7 куб. дм). Войдет ли в этот сосуд 5 (8) л воды?

Вопрос № 3. Сосуд вмещает 1 л жидкости. Можно ли его использовать для хранения $\frac{11}{13}$ кг $\left(\frac{13}{14}\text{ кг}\right)$ воды?

25. Двойное неравенство.

Вопрос № 1. Запишите двойное неравенство: y больше 6 и меньше 10 (x больше 7 и меньше 11). Запишите с помощью фигурных скобок множество решений этого неравенства.

Вопрос № 2. Запишите двойное неравенство: x больше или равно 3 и меньше 5 (y больше 12 и меньше или равно 14). Запишите с помощью фигурных скобок множество решений этого неравенства.

Вопрос № 3. Запишите двойное неравенство: x больше $\frac{1}{7}$ и меньше или равно $\frac{7}{8}$ $\left(y\text{ больше или равно } \frac{1}{8} \text{ и меньше } \frac{8}{9}\right)$.

Какие из чисел $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{7}{8}, 1$ $\left(\frac{1}{7}, \frac{3}{8}, \frac{8}{9}, 1\right)$ являются решением этого неравенства?

26. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Вопрос № 1. Запишите и закончите предложение. «Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его ширины (высоты)...».

Вопрос № 2. Сколько куб. см содержится в куб. дм (куб. дм в куб. см)?

Вопрос № 3. Сколько куб. м содержится в куб. дм (куб. дм в куб. м)?

Вопрос № 4. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 3 см, 1 дм, 8 см (10 см, 5 дм, 2 дм).

27. Приближенные значения.

Вопрос № 1. Длина отрезка AC равна 34 см (42 см). Отрезок измерили линейкой с делениями по 5 см. Какие получились приближенные значения с недостатком и с избытком?

Вопрос № 2. Длина отрезка AB равна 23 дм 7 см 3 мм. Найдите приближенное значение длины отрезка в см (дм). Запишите ответ в виде двойного неравенства.

Вопрос № 3. Найдите приближенные значения с недостатком и с избытком для числа 638 (1534), которые кончались бы нулем. Запишите ответ в виде двойного неравенства.

28. Пересечение и объединение фигур.

Вопрос № 1. Запишите и закончите фразу: «Общая часть двух фигур называется их...».

Вопрос № 2. Что служит пересечением двух несовпадающих параллельных прямых? (Что может служить пересечением двух отрезков AB и AC?)

Вопрос № 3. Может ли пересечением двух лучей (прямых) служить отрезок (луч)?

Вопрос № 4. Может ли объединением двух прямых линий (двух лучей) быть прямая линия?

29. Сложение.

Вопрос № 1. Вычислите значение выражения $x+\frac{3}{7}$ при $x=\frac{2}{7}$ $\left(y+\frac{5}{11}\right.$ при $\left.y=\frac{3}{11}\right)$.

Вопрос № 2. Вычислите значение выражения $a+\frac{5}{8}$ $\left(b+\frac{4}{11}\right)$ при $a=3$ (при $b=2$).

Вопрос № 3. Вычислите значение выражения $c+\frac{2}{9}$ $\left(d+\frac{2}{33}\right)$ при $c=\frac{7}{9}$ $\left(\text{при } d=\frac{1}{3}\right)$.

Вопрос № 4. Выразите в дециметрах: $6\frac{7}{10}$ м $\left(3\frac{4}{10}\text{ м}\right)$.

Вопрос № 5. Решите уравнение $7+x=7$ $(x+8=8)$.

Вопрос № 6. Найдите значение: $\frac{1}{3}+0\left(0+\frac{2}{5}\right)$.

31. Угол.

Вопрос № 1. Делят ли плоскость на две части луч (отрезок); прямая (прямая); отрезок (луч)?

Вопрос № 2. Что является пересечением сторон угла ABC ($\angle BAC$)?

Вопрос № 3. Сделайте чертеж. Луч BC (BA) проходит через точку D (K). Луч BA(BC) проходит через точку K(D).

Вопрос № 4. Выделите дугой один из углов, образованных проведенными лучами, и точку E (M), принадлежащую второму из получившихся углов. Запишите 4 возможных обозначения выделенного дугой угла.

32. Вычитание.

Вопрос № 1. Выполните вычитание. Сделайте проверку сложением.
2 000 038 000—540 (3 000 041 100—260).

Вопрос № 2. Запишите числовые выражения. Найдите их значения.

$$\frac{3}{7}+\frac{4}{7}+\frac{2}{15}\left(\frac{5}{9}+\frac{4}{9}+\frac{3}{17}\right);$$
$$\frac{15}{17}-\frac{2}{17}+\frac{11}{17}\left(\frac{20}{23}-\frac{3}{23}+\frac{15}{23}\right);$$
$$\frac{23}{60}-\frac{1}{60}-\frac{7}{60}\left(\frac{15}{16}-\frac{1}{16}-\frac{7}{16}\right).$$

33. Сравнение углов. Биссектриса.

Вопрос № 1. Луч делит угол ABC пополам. Можно ли утверждать, что этот луч — биссектриса угла ABC? Что еще надо знать об этом луче, чтобы утверждать, что это биссектриса угла?

Вопрос № 2. Угол AOB наложен на угол MOA. Чему равно пересечение этих углов, если угол MOA меньше (больше) угла AOB?

34. Умножение.

Вопрос № 1. Представьте в виде суммы произведение $\frac{3}{7}\cdot 4\left(\frac{5}{11}\cdot 3\right)$. Найдите значение получившегося числового выражения.

Вопрос № 2. Представьте в виде произведения сумму $\frac{5}{11}+\frac{5}{11}+\frac{5}{11}+$ $+\frac{5}{11}\left(\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\right)$. Найдите значение получившегося числового выражения.

Вопрос № 3. Найдите значения следующих числовых выражений.

$$0\cdot\frac{2}{3}\left(1\cdot\frac{3}{4}\right);$$
$$1\cdot\frac{2}{3}\left(0\cdot\frac{3}{4}\right);$$
$$\frac{2}{3}\cdot 1\left(\frac{3}{4}\cdot 1\right);$$
$$\frac{2}{3}\cdot 0\left(\frac{3}{4}\cdot 0\right);$$

$$\frac{2}{3} \cdot 4 \left(\frac{3}{4} \cdot 3\right);$$

$$4 \cdot \frac{2}{3} \left(3 \cdot \frac{3}{4}\right).$$

35. Сочетательный закон умножения.

Вопрос № 1. Вычислите, выбирая удобный порядок действий. Запишите, какие свойства умножения вы при этом использовали:

328 · 25 · 4 (573 · 5 · 20);
50 · 2 · 1975 (4 · 25 · 1936);
2 · 5327 · 5 (4 · 1876 · 25);
25 · 1273 · 4 (5 · 8743 · 2);

$$3 \cdot 25 \cdot \frac{4}{25} \left(\frac{11}{27} \cdot 6 \cdot \frac{5}{6}\right);$$

$$5 \cdot \frac{8}{24} \cdot \frac{3}{5} \left(8 \cdot \frac{8}{24} \cdot \frac{3}{8}\right).$$

36. Развернутый угол.

Вопрос № 1. Лучи AB и BC (FK и KT) противоположные. Что представляет собой пересечение этих лучей, их объединение?

Вопрос № 2. Запишите и закончите предложение: «Развернутым углом называется угол, стороны которого....».

Вопрос № 3. Внутри развернутого угла ABC проведен луч BK. Что представляет собой пересечение углов ABC и KBA (ABC и CBK)?

Вопрос № 4. Рассмотрим развернутый угол ABC и луч BK. Что представляет собой пересечение (объединение) углов ABK и KBC, их объединение (пересечение)?

37. Запись произведения с буквенными множителями.

Вопрос № 1. Запишите следующие выражения. Упростите их, применяя законы умножения.

$50 \cdot y \cdot 76 \cdot 2$ $(2 \cdot x \cdot 93 \cdot 50)$;
$8 \cdot x \cdot 25 \cdot 123$ $(25 \cdot y \cdot 8 \cdot 213)$;

$$\frac{5}{7} \cdot x \cdot 36 \cdot 7 \left(\frac{5}{9} \cdot y \cdot 24 \cdot 9\right);$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{11} \cdot a \cdot 11 \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{13} \cdot b \cdot 13\right);$$

$3 \cdot b \cdot 11 \cdot (a - 7)$ $(5 \cdot a \cdot 6 \cdot (b + 3))$;
$(5x + 2) \cdot 4 \cdot y \cdot 3$ $((3y + 1) \cdot 7 \cdot x \cdot 3)$.

38. Распределительный закон умножения.

Вопрос № 1. Запишите числовые выражения. Найдите их значения, применив распределительный закон.

(40—1) · 9 ((50 + 1) · 8);
(70 + 4) · 8 ((70—4) · 8);

$577 \cdot 58 + 423 \cdot 58$ $(267 \cdot 96 - 166 \cdot 96)$;
$354 \cdot 83 - 253 \cdot 83$ $(283 \cdot 57 + 717 \cdot 57)$.

Вопрос № 2. Применив распределительный закон умножения, запишите по-другому.

$15 \cdot (2 + x)$ $(13 \cdot (3 + y))$;
$92 - 2 \cdot 23$ $(57 + 8 \cdot 19)$;
$11\ a - 33$ $(7\ b - 77)$.

40. Упрощение выражений.

Вопрос № 1. Запишите выражения. Представьте их в виде произведения.

$36\ a + 14\ a$ $(48\ y + 12\ y)$;
$29\ b - b$ $(57\ x - x)$;
$k + 73\ k$ $(a + 84\ a)$;
$70\ x - 21\ x + 9\ x$ $(83\ b - 20\ b + 7\ b)$.

Вопрос № 2. Найдите значение выражения $\frac{2}{7}x + \frac{5}{7}x$, если $x = 123$ $\left(\frac{5}{13}x + \frac{8}{13}x,\text{ если } x = 321\right)$.

Вопрос № 3. Найдите значение выражения $46\ a + 24\ a$, если $a = 11$ $(27\ b + 23\ b$, если $b = 22)$.

42. Деление.

Вопрос № 1. Запишите выражения. Найдите значение каждого из них. Проверьте с помощью умножения, правильно ли выполнено деление.

$$0 : \frac{2}{3}\left(0 : \frac{5}{6}\right);\quad \frac{2}{3} : \frac{2}{3}\left(\frac{5}{6} : \frac{5}{6}\right).$$

Вопрос № 2. Сколько стоит книга, (альбом для рисования), если $^1/_4$ ($^1/_5$ ее стоимости составляет 7 коп. (5 коп.)?

Вопрос № 3. Поезд проделал $\frac{1}{4}$ пути между станциями, что составило 150 км. Каков путь между станциями? (Велосипедист проехал $\frac{3}{7}$ пути. Какой путь он должен проделать, если он проехал 9 км?)

Вопрос № 4. Решите уравнения.

$5\ x = 25$ $(6\ x = 36)$;
$x : 5 = 25$ $(x : 3 = 36)$;
$30 : x = 15$ $(40 : x = 20)$.

43. Острые и тупые углы.

Вопрос № 1. Установите, каким является каждый из углов — острым, прямым, тупым или развернутым: $\angle AOB$ составляет $\frac{2}{3}\left(\frac{7}{4}\right)$ прямого угла; $\angle CBD$ составляет $\frac{4}{5}\left(\frac{5}{5}\right)$ прямого угла; $\angle MKD$ составляет $\frac{14}{7}\left(\frac{18}{9}\right)$ прямого угла; $\angle MOA$ составляет $\frac{3}{3}\left(\frac{18}{11}\right)$ прямого угла; $\angle AOP$ составляет $\frac{8}{5}\left(\frac{11}{18}\right)$ прямого угла.

44. Деление с остатком.

Вопрос № 1. *Запишите делимое и делитель, найдите частное и остаток,* если: делимое 9 (11), делитель 5 (6); делимое 18 (19), делитель 7 (8); делимое 26 (18), делитель 13 (9); делимое 7 (5), делитель 9 (6).

Вопрос № 2. Запишите все остатки, которые могут получиться при делении различных чисел на 7 (на 8).

45. Делители и кратные.

Вопрос № 1. Запишите множество делителей числа 15 (21).

Вопрос № 2. Запишите пять чисел, кратных числу 3 (5).

Вопрос № 3. Запишите два числа, одновременно кратных 2 и 5 (3 и 7).

46. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2.

Вопрос № 1. *Запишите и закончите предложения.* «Число делится на 10 (5), если его запись оканчивается на ...»; «Число не делится на 5 (10), если его запись не оканчивается на ...».

Вопрос № 2. Запишите следующие числа: 0, 2, 5, 7, 20, 12, 15, 16, 20. Подчеркните те из них, которые делятся на 5 (на 2). Подчеркните двумя чертами те из них, которые делятся на 2 (на 5). Выпишите те из них, которые делятся на 10.

47. Признак делимости на 3.

Вопрос № 1. Запишите и закончите предложение. «Число делится на 3, если...».

Вопрос № 2. Запишите числа: 12 344, 546, 121, 511, 315 (11 244, 573, 135, 711, 289). Подчеркните те из них, которые делятся на 3.

Вопрос № 3. Выпишите из них те числа, если они есть, которые делятся одновременно и на 3 и на 5 (и на 3 и на 2).

48. Деление и дроби.

Вопрос № 1. Запишите в виде дроби.

5 : 3 (7 : 4);
21 : 3 (25 : 5);
125 : 5 (24 : 3);
6 (15).

Вопрос № 2. Запишите каждую из дробей в виде частного и найдите его значение.

$$\frac{18}{1}\left(\frac{200}{10}\right); \quad \frac{75}{5}\left(\frac{36}{3}\right); \quad \frac{150}{10}\left(\frac{150}{5}\right); \quad \frac{13}{3}\left(\frac{23}{1}\right)$$

Вопрос № 3. Выделите целую часть числа:

$$\frac{3}{2}\left(\frac{53}{10}\right); \quad \frac{18}{5}\left(\frac{29}{3}\right); \quad \frac{31}{3}\left(\frac{17}{5}\right); \quad \frac{47}{10}\left(\frac{5}{2}\right).$$

49. Запись числа в виде неправильной дроби.

Вопрос № 1. Запишите числа 3 и 4 (5 и 6) в виде дроби со знаменателем 7.
Вопрос № 2. Запишите числа в виде неправильной дроби.

$$2\frac{1}{3}\left(3\frac{1}{2}\right);\ 7\frac{3}{5}\left(8\frac{4}{5}\right).$$

Вопрос № 3. Запишите числа. Выделите целую часть каждого числа.

$$\frac{40}{7}\left(\frac{50}{7}\right);\ \frac{8}{7}\left(\frac{9}{8}\right);\ \frac{12}{5}\left(\frac{13}{5}\right).$$

50. Сложение и вычитание дробных чисел.

Вопрос № 1. Найдите значения числовых выражений.

$$4\frac{1}{3}+3\quad\left(2\frac{1}{5}+3\right);\qquad 2\frac{3}{7}+3\frac{2}{7}\quad\left(3\frac{5}{7}+3\frac{1}{7}\right);$$

$$4\frac{5}{9}+1\frac{8}{9}\quad\left(2\frac{5}{13}+3\frac{11}{13}\right);\quad 3\frac{5}{8}+2\left(2\frac{4}{7}-1\right);$$

$$4\frac{7}{8}-1\frac{3}{8}\quad\left(6\frac{5}{9}-2\frac{1}{9}\right);\quad 1-\frac{3}{5}\left(1-\frac{4}{5}\right).$$

52. Метрическая система мер.

Вопрос № 1. Выразите в сантиметрах.

3м (5мм);
18 дм (7 дм);
7 мм (14 м);
$3\frac{3}{10}$ м $\left(\frac{7}{100}\text{ м}\right)$.

Вопрос № 2. Выразите в минутах.

$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)$ часа;
$\frac{2}{5}\left(\frac{3}{3}\right)$ часа;
$1\frac{3}{4}\left(1\frac{2}{5}\right)$ часа;
$2\frac{2}{3}\left(2\frac{3}{4}\right)$ часа.

Вопрос № 3. Относятся ли единицы измерения времени: часы, минуты, секунды — к метрической системе мер? (Может ли одна единица измерения в метрической системе мер быть меньше другой в миллион раз?)

Вопрос № 4. Относятся ли единицы измерения площади: ар, гектар — к метрической системе мер?

Вопрос № 5. Может ли одна единица измерения в метрической системе быть меньше другой в миллион раз? (Относятся ли единицы измерения времени: часы, минуты, секунды — к метрической системе мер?)

53. Десятичная запись дробных чисел.

Вопрос № 1. Выразите в метрах. Ответ запишите в виде обыкновенных дробей.

3 дм (5 дм);
41 см (56 см);
2 м 5 дм (3 м 2 дм);
3 м 3 см (2 м 6 см).

Вопрос № 2. Запишите в виде десятичной дроби получившиеся в задании № 1 числа.

Вопрос № 3. Запишите десятичные дроби.

3,7 (7,3);
15,3 (35,1);
0,41 (0,14);
2,03 (3,04);
1,508 (2,304);
3,058 (7,034).

54. Сравнение десятичных дробей.

Вопрос № 1. Запишите пары десятичных дробей. Соедините их знаком «больше», «меньше» или «равно».

0,34 и 0,340 (0,87 и 0,870);
0,034 и 0,340 (0,087 и 0,870);
2,350 и 2,289 (3,250 и 3,198);
3,20 и 3,2 (2,30 и 2,3);
5,894 и 6,1 (6,596 и 7,1).

56. Измерение углов.

Вопрос № 1. Запишите кратко следующие утверждения: углы AOB и BOD конгруэнтны; величина угла MOK равна 35° (28°); угол KBF острый (тупой), угол ABD тупой (острый); угол ABD прямой (развернутый); угол OAK развернутый (прямой).

Вопрос № 2. Запишите: величина угла A равна 156° (78°); величина угла B равна 167° (16°); величина угла C равна 13° (95°); величина угла D равна 111° (84°). Какие из этих углов острые?

58. Сложение десятичных дробей.

Вопрос № 1. Запишите числовые выражения. Найдите значение каждого из них.

2,1 + 3,5 (3,2 + 2,3);
1,13 + 2,3 (2,15 + 3,4);
2,81 + 3,7 (3,86 + 2,5);
1,7 + 2,34 + 0,6 (2,8 + 1,26 + 0,7).

59. Вычитание десятичных дробей.

Вопрос № 1. Запишите числовые выражения. Найдите значение каждого из них.

3,85—2,12 (3,76—1,21);
1,75—0,17 (1,84—0,18);
1,16—0,5 (1,18—0,6);

3,8—1,17 + 0,311 (2,7—1,16 + 0,222);
2,71 + 1,9—0,151 (2,61—1,8 + 0,123).

60. Округление чисел.

Вопрос № 1. Запишите дроби. Округлите их до единиц.

6,26 (7,35);
7,62 (6,53);
3,51 (2,61);
0,15 (0,21).

Вопрос № 2. Запишите дроби. Округлите их до сотых.

2,875 (3,783);
3,958 (2,912);
0,013 (0,015);
0,051 (0,057).

Вопрос № 3. Округлите записанные в задании № 2 дроби до десятых.

61. Умножение десятичных дробей.

Вопрос № 1. Запишите числовые выражения. Найдите значения этих выражений.

2,1 · 4 (1,2 · 3);
2,1 · 0,4 (1,2 · 0,3);
1,51 · 0,03 (1,31 · 0,04);
0,14 · (2,1—1,8) (0,13 · (3,2—2, 9));
18,91 · (0,07 + 0,03) (34,56 · (0,06 + 0,04)).

62. Частные случаи умножения десятичных дробей.

Вопрос № 1. Запишите числовые выражения. Найдите значение каждого из них.

2,87 · 10 (3,54 · 10);
0,13 · 10 (0,16 · 10);
3,5 · 100 (3,6 · 100);
0,034 · 100 (0,028 · 100);
0,12 · 1000 (0,21 · 1000).

Вопрос № 2. Запишите выражение $b \cdot 100 + k$ $(c \cdot 100 + d)$. Найдите значение выражения при $b = 0,315$, $k = 2,41$ $(c = 0,425$, $d = 1,37)$.

63. Смежные углы.

Вопрос № 1. Закончите предложение: «Чтобы установить, что углы ABO и CBD являются смежными, надо установить, что 1) пересечением углов является луч..., 2) их объединением...».

Вопрос № 2. Закончите предложение: «Если углы AKR и AKD смежные, то сумма их величин равна...».

Вопрос № 3. Закончите предложение: «Если углы смежные, то их пересечение (объединение) — ...».

Вопрос № 4 Известно, что два угла несмежные. Может ли их пересечением (объединением) быть луч (развернутый угол)?

Вопрос № 5 Известно, что пересечение двух углов — луч. Могут ли такие углы быть несмежными?

Вопрос № 6. Известно, что объединение двух углов — развернутый угол. Могут ли такие углы быть несмежными?

Вопрос № 7. Известно, что объединением двух углов является развернутый угол, а пересечением — луч. Могут ли эти углы быть несмежными?

Вопрос № 8. Один из смежных углов острый (прямой). Укажите вид второго угла.

Вопрос № 9. Два угла тупые. Могут ли они быть смежными?

64. Деление десятичной дроби на натуральное число.

Вопрос № 1. Запишите числовые выражения и найдите их значения.

10,5 : 5 (18,9 : 3);
1,8 : 9 (1,2 : 4);
0,51 : 3 (0,38 : 2);
3 : 4 (15 : 6).

Вопрос № 2. Запишите значение выражения $a : 12$ ($b : 15$) при $a = 24$ ($b = 45$); при $a = 2,4$ ($b = 0,45$); при $a = 0,24$ ($b = 4,5$).

Вопрос № 3. Запишите и решите уравнение $7x = 3,57$ ($3x = 1,26$).

Вопрос № 4. Проверьте правильность деления умножением.
7,777 : 11 = 0,707 (7,77 : 37 = 0,21).

65. Деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д.

Вопрос № 1. Выполните действия.

44,7 : 1000 (37,6 : 10);
38,6 : 100 (4,84 : 100);
8,06 : 10 (73,08 : 1000).

Вопрос № 2. Найдите значение выражения $x : 100$ при $x = 3$ ($x = 0,5$); при $x = 0,7$ ($x = 8$); при $x = 34,93$ ($x = 12,06$).

67. Проценты.

Вопрос № 1. Найдите 1% от 200 (от 600); от 4 (от 8); от 43 (от 97); от 3 руб. (от 18 дм); от 17 м (от 13 м); от 25 дм (от 5 руб.).

Вопрос № 2. Найдите 3% от 60 (7% от 80).

Вопрос № 3. Найдите 30% от 40 (70% от 50).

69. Деление на десятичную дробь.

Вопрос № 1. Запишите числовые выражения и найдите их значения.

10,5 : 0,5 (18,9 : 0,3);
1,8 : 0,9 (1,2 : 2,4);
0,51 : 1,7 (0,38 : 0,02);
3 : 0,04 (15 : 0,6).

Вопрос № 2. Запишите значения выражений.

$a : 0,12$ ($b : 0,15$) при $a = 24$ ($b = 45$);
$a : 0,12$ ($b : 0,15$) при $a = 0,24$ ($b = 0,45$).

Вопрос № 3. Запишите и решите уравнение $3x = 1,38$ ($7x = 3,57$).

Вопрос № 4. Проверьте правильность деления умножением.
7,77 : 1,1 = 7,07 (7,77 : 3,7 = 2,1).

70. Масштаб.

Вопрос № 1. При каком масштабе отрезок в 200 м изображается отрезком в 4 м (5 м)? При каком масштабе отрезок в 30 км (4 км) изображается отрезком в 3 см (4 мм)?

Вопрос № 2. Масштаб карты 1 : 100 000. Каким отрезком обозначится на ней расстояние в 500 км (700 км)?

Вопрос № 3. Масштаб карты 1 : 1 000 000. Какое расстояние обозначается на ней отрезком в 2 см (3 см)?

Вопрос № 4. Расстояние в 6 км (15 км) обозначается на карте отрезком в 12 мм (3 см). Каким отрезком обозначится расстояние в 7 км (20 км)?

72. Среднее арифметическое.

Вопрос № 1. Найдите среднее арифметическое указанных чисел.

2,8 и 1,2 (3,7 и 2,3);

$$3\frac{1}{4} \text{ и } \frac{3}{4}\left(5\frac{2}{3} \text{ и } \frac{1}{3}\right);$$

5, 3, 7,2 и 9,1 (2,1, 4,2 и 6,3);

8,7, 8,7, 8,7, (9,8, 9,8, 9,8).

Вопрос № 2. Среднее арифметическое двух чисел равно 5,8 (3,6). Одно из этих чисел равно 3,6 (2,8). Найдите второе число.

73. Формулы.

Вопрос № 1. Решите уравнения:

$3\ x = 0{,}69$ $(4x = 0{,}804)$;

$$\frac{3}{x} = 0{,}5\left(\frac{4}{x} = 0{,}8\right);$$

$$\frac{x}{0{,}7} = 3{,}1\left(\frac{x}{2{,}2} = 0{,}3\right).$$

Вопрос № 2. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 60 куб. см (120 куб. мм), высота его равна 3 см (6 мм), длина — 5 см (10 мм). Найдите ширину.

Вопрос № 3. Чему равна скорость поезда, если он прошел 240 км (350 км) за 4 часа (за 5 час.)?

Вопрос № 4. Скорость автомобиля 65 км в час (75 км в час). Какой путь он прошел за 8 час. (6 час.)?

Вопрос № 5 Какое время потребовалось мотоциклисту, едущему со скоростью 45 км в час (15 км в час) для того, чтобы преодолеть путь в 180 км (45 км)?

74. Площадь прямоугольного треугольника.

Вопрос № 1. Прямой угол треугольника заключен между сторонами длиной 8 см и 15 см (6 дм и 13 дм). Найдите площадь треугольника.

Вопрос № 2. В треугольнике ABC сторона AB имеет длину 6 см (13 дм), сторона BC имеет длину 10 см (5 дм), сторона AC имеет длину 8 см (12 дм), величина угла A (C) равна 90°. Найдите площадь треугольника ABC.

Вопрос № 3. Найдите площадь прямоугольника, стороны которого имеют длины 8 и 15 см (17 и 30 дм).

Вопрос № 4. Площадь треугольника ABC равна 300 дм^2 (240 дм^2), величина угла A равна 90°, сторона AB имеет длину 10 дм. Найдите длину еще одной стороны и обозначьте ее буквами.

75. Сумма величин углов треугольника.

Вопрос № 1. Дан прямоугольный треугольник ABC. Чему равна сумма величин его углов?

Вопрос № 2. В треугольнике величина одного из углов 150° (100°). Найдите сумму величин двух других углов.

Вопрос № 3. В прямоугольном треугольнике один из углов имеет величину 15° (35°). Чему равна величина второго угла?

Вопрос № 4. Все три угла треугольника конгруэнтны. Чему равна величина каждого из них?

Вопрос № 5. Острые углы прямоугольного треугольника конгруэнтны. Чему равна величина каждого из них?

76. Задачи на проценты.

Вопрос № 1. Составьте уравнение к задаче. Определите, сколько стоит радиоприемник, если 30% (15%) его стоимости составляют 18 руб. (9 руб.).

Вопрос № 2. Решите составленное уравнение.

Вопрос № 3. Составьте уравнение к задаче.

Сколько процентов составляет путь, пройденный поездом, если из 350 км (400 км) он прошел 140 км (240 км)?

Вопрос № 4. Решите составленное уравнение.

Вопрос № 5. Ребята собрали 240 кг (150 кг) макулатуры. Сколько килограммов составляет 1% этого количества?

Вопрос № 6. Сколько процентов этого количества макулатуры составляют 60 кг (30 кг)?

Вопрос № 7. 15 % улова рыбы составляют 750 т. Сколько весит 1%? (Рабочий к середине смены изготовил 300 деталей, что составляло 60% плана. Сколько деталей в 1% плана?)

Вопрос № 8. Сколько весит весь улов? (Чему равен весь план?)

СЦЕНАРИИ КИНОФРАГМЕНТОВ

Здесь приводятся сценарии кинофрагментов к наиболее важным понятиям курса IV класса. Мы надеемся, что в школах, имеющих самодеятельные лаборатории, эти кинофрагменты будут отсняты. В противном случае можно рассказать их содержание, демонстрируя с помощью диапроектора или кодоскопа основные кадры из них.

1. ПРЯМАЯ.

В кадре отрезок, изображенный на листе бумаги. Из затемнения постепенно высвечивается прямая линия. Она становится яркой, но бледнее отрезка.

ОТРЕЗОК СОСТАВЛЯЕТ ЧАСТЬ ПРЯМОЙ ЛИНИИ[1].

Яркость прямой достигает яркости отрезка.

Камера удаляется, поднимаясь вверх. Прямая линия остается неподвижной, прочерчивая кадр от края до края. В кадр попадают элементы стола, на котором лежит лист бумаги с рисунком, затем элементы комнаты, дома, города, Земли и Луны и т. д. На фоне звездного неба от края и до края кадра ярко светится *прямая линия*.

[1] Прописными (заглавными) буквами в сценариях кинофрагментов принято выделять дикторский текст.

ПРЯМАЯ ЛИНИЯ БЕСКОНЕЧНА.

Звезды гаснут. На прямой линии появляется точка *M*. От нее в ту и в другую сторону откладываются отрезки разной длины.

ПОЭТОМУ ОТ ЛЮБОЙ ЕЕ ТОЧКИ МОЖНО ОТЛОЖИТЬ НА НЕЙ В ОБЕ СТОРОНЫ ОТРЕЗКИ КАКОЙ УГОДНО ДЛИНЫ.

Затемнение.

Появляется лист бумаги. Острие карандаша по линейке чертит на нем отрезок прямой линии.

НА ЧЕРТЕЖЕ ПРЯМАЯ ИЗОБРАЖАЕТСЯ ОТРЕЗКОМ.

Около прямой на чертеже появляются прописные буквы *A* и *B*.

ТАК ЖЕ, КАК И ОТРЕЗОК, ПРЯМАЯ ОБОЗНАЧАЕТСЯ ДВУМЯ ПРОПИСНЫМИ ЛАТИНСКИМИ БУКВАМИ, НО С КРУГЛЫМИ СКОБКАМИ.

Появляются надписи $[AB]$ и (AB), пульсирующие синхронно с отрезком *AB* и прямой *AB*.

Черная прямая заметно сереет. Буквы *A* и *B* остаются ярко-черными. Появляется такая же серая прямая. Она укладывается на точки *A* и *B*, как на опоры.

ЧЕРЕЗ ДВЕ ТОЧКИ ПРОХОДИТ ТОЛЬКО ОДНА ПРЯМАЯ.

После слияния прямых прямая на рисунке становится темнее. Этот процесс повторяется несколько раз до тех пор, пока окраска точек *A* и *B* не станет такой же, как и у прямой.

На точки *A* и *B*, как на опоры, поочередно накладываются белые кривые и ломаные линии.

ЧЕРЕЗ ЭТИ ЖЕ ДВЕ ТОЧКИ МОЖНО ПРОВЕСТИ СКОЛЬКО УГОДНО ДРУГИХ ЛИНИЙ.

Затемнение. Конец.

2. ЛУЧ.

Через весь экран — прямая линия с обозначенными на ней точками.

РАССМОТРИМ ЧАСТЬ ПРЯМОЙ ЛИНИИ, КОТОРАЯ НАЧИНАЕТСЯ В ТОЧКЕ *O* (акцентируется) И БЕСКОНЕЧНА В СТОРОНУ ТОЧКИ *B*.

На прямой возникает стрелка. Часть прямой выделяется, остальное бледнеет.

ЭТА ЧАСТЬ ПРЯМОЙ НАЗЫВАЕТСЯ ЛУЧОМ.

Появляется надпись «Луч». Часть прямой (луч) прочерчивается через весь экран и поочередно с надписью мигает.

Из затемнения появляется прямая, на ней высвечивается отрезок.

ЭТА ЧАСТЬ ПРЯМОЙ ЛУЧОМ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ: ОНА НЕ БЕСКОНЕЧНА.

Отрезок бледнеет. Высвечивается точка *C* прямой и луч с началом в точке *C*.

ЭТА ЧАСТЬ ПРЯМОЙ ЯВЛЯЕТСЯ ЛУЧОМ: ОНА НАЧИНАЕТСЯ В ТОЧКЕ *C* И БЕСКОНЕЧНА В СТОРОНУ ТОЧКИ *D*.

Из затемнения появляется отрезок.

НА ЧЕРТЕЖЕ ЛУЧ ИЗОБРАЖАЕТСЯ ОТРЕЗКОМ.

У концов отрезка появляются прописные буквы *A* и *B*.

ТАК ЖЕ, КАК ОТРЕЗОК И ПРЯМАЯ, ЛУЧ ОБОЗНАЧАЕТСЯ ДВУМЯ ПРОПИСНЫМИ БУКВАМИ.

Появляются надписи $[AB]$, (AB), $[AB)$, пульсирующие синхронно с отрезком *AB*, прямой *AB*, лучом *AB*. После этого надписи $[AB]$ и (AB) пропадают.

КВАДРАТНАЯ СКОБКА (акцентируется) СТАВИТСЯ У НАЧАЛА ЛУЧА.

Акцентируется точка *A*, надпись *A* и квадратная скобка. Луч *AB* прочерчивается через весь экран. После этого все исчезает, остается тот же первоначальный отрезок. Появляется надпись $[BA)$.

ЛУЧ *BA* НАЧИНАЕТСЯ В ТОЧКЕ *B* (акцентируется буква *B* в надписи, начало луча *B* мигает) И БЕСКОНЕЧЕН В СТОРОНУ ТОЧКИ *A*.

Луч BA прочерчивается через весь экран.

Из затемнения возникают отрезки MN и PK. Появляются надписи (MN), $[PK)$.

ПРЯМАЯ MN (акцентируются круглые скобки, высвечивается и прочерчивается через весь экран прямая) И ЛУЧ PK (акцентируются квадратная и круглая скобки, прочерчивается луч) НЕ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ.

На экране те же отрезки, но надписи изменились: вместо $[PK)$ появилось $[KP)$.

ПРЯМАЯ MN И ЛУЧ KP (выделения прямой и луча такие же, как первый раз) ПЕРЕСЕКАЮТСЯ.

Запись (MN) заменяется на $[MN)$.

ЛУЧИ MN и KP ПЕРЕСЕКАЮТСЯ (выделения происходят гораздо быстрее).

Конец.

3. УГОЛ.

ПРЯМАЯ ЛИНИЯ ДЕЛИТ ПЛОСКОСТЬ НА ДВЕ ЧАСТИ.

Выделяется вначале одна полуплоскость, потом вторая.

ЭТО ЗНАЧИТ, ЧТО ТОЧКИ В РАЗНЫХ ЧАСТЯХ ПЛОСКОСТИ МОЖНО СОЕДИНИТЬ ЛИШЬ ТАКОЙ ЛИНИЕЙ, КОТОРАЯ ПЕРЕСЕКАЕТ ДАННУЮ ПРЯМУЮ.

Две точки соединяются линией, как бы не пересекающей прямую. Но прямая сейчас же прочерчивается дальше и пересекает эту линию. Точка пересечения акцентируется.

ЛУЧ НЕ ДЕЛИТ ПЛОСКОСТЬ НА ДВЕ ЧАСТИ.

Точки A и B соединяются линией.

Точку A можно соединить с точкой B линией, которую луч не пересекает.

Из точки проводится два луча.

ДВА ЛУЧА, ИСХОДЯЩИХ ИЗ ОДНОЙ ТОЧКИ, ДЕЛЯТ ПЛОСКОСТЬ НА ДВЕ ЧАСТИ.

Части акцентируются. Появляются цифры: I, II.

ТОЧКИ M, K, O ПРИНАДЛЕЖАТ ОДНОЙ ЧАСТИ ПЛОСКОСТИ (вторая часть становится бледной), ТОЧКИ E, P, Q ПРИНАДЛЕЖАТ ДРУГОЙ ЧАСТИ ПЛОСКОСТИ.

ДВЕ ТОЧКИ, ПРИНАДЛЕЖАЩИЕ РАЗНЫМ ЧАСТЯМ ПЛОСКОСТИ (точки акцентируются), МОЖНО СОЕДИНИТЬ ЛИНИЕЙ, ПЕРЕСЕКАЯ ОДИН ИЗ ЛУЧЕЙ.

Две точки в разных частях плоскости соединяются линией как бы в обход луча, но луч сейчас же прочерчивается и пересекает эту линию. Точка пересечения акцентируется.

ЧАСТЬ ПЛОСКОСТИ (акцентируется), ОГРАНИЧЕННАЯ ДВУМЯ ЛУЧАМИ (акцентируется), ИСХОДЯЩИМИ ИЗ ОДНОЙ ТОЧКИ (общая точка мигает), НАЗЫВАЕТСЯ УГЛОМ.

ДВА ЛУЧА, ИСХОДЯЩИХ ИЗ ОДНОЙ ТОЧКИ, ОПРЕДЕЛЯЮТ ДВА УГЛА.

Поочередно мигают одна часть плоскости и лучи, вторая часть плоскости и лучи. Одна из частей плоскости более темная.

ТОЧКА M ПРИНАДЛЕЖИТ ОДНОМУ УГЛУ.

Акцентируется точка K на луче.

ТОЧКА K ТОЖЕ ПРИНАДЛЕЖИТ ЭТОМУ УГЛУ: ОНА ЛЕЖИТ НА СТОРОНЕ УГЛА.

Акцентируется точка E вне угла.

А ВОТ ТОЧКА E ЭТОМУ УГЛУ НЕ ПРИНАДЛЕЖИТ. ОНА ПРИНАДЛЕЖИТ ДРУГОМУ УГЛУ.

Затемнение. Конец.

4. КОНГРУЭНТНОСТЬ ФИГУР.

В кадре две фигуры, красная и синяя. Одна из них приближается к другой и после небольшого поиска накладывается на другую фигуру так, что фигуры совмещаются.

ЭТИ ФИГУРЫ МОЖНО НАЛОЖИТЬ ДРУГ НА ДРУГА ТАК, ЧТО ОНИ СОВПАДУТ.

Затемнение.

В кадре две человеческие ладони: левая и правая. Они обрисовываются контуром. Контуры заливаются красками: левая ладонь — белой, правая — черной.

ПОПРОБУЕМ НАЛОЖИТЬ ОДНУ ИЗ ЭТИХ ФИГУР НА ДРУГУЮ ТАК, ЧТОБЫ ОНИ СОВПАЛИ.

Фигуры наезжают друг на друга, но совмещения никак не получается.

ПОКА ЧТО НИЧЕГО НЕ ВЫХОДИТ. НО ПЕРЕВЕРНЕМ ОДНУ ИЗ ФИГУР НА ДРУГУЮ СТОРОНУ.

Черная фигура переворачивается и после небольшого поиска накладывается на белую с совмещением.

ТЕПЕРЬ ФИГУРЫ СОВМЕЩЕНЫ.

Затемнение.

На экране появляется текст. Его читает диктор.

ФИГУРЫ, КОТОРЫЕ МОЖНО СОВМЕСТИТЬ НАЛОЖЕНИЕМ, НАЗЫВАЮТСЯ КОНГРУЭНТНЫМИ.

Затемнение.

ВЫ ИЗУЧАЛИ ТАКИЕ ФИГУРЫ: ТОЧКУ...

Появляется изображение точки и надпись «Точка».

ОТРЕЗОК...

Рядом с точкой появляется отрезок и надпись «Отрезок».

ПРЯМУЮ...

Рядом — прямая и надпись «Прямая».

ЛУЧ.

Рядом — луч и надпись «Луч».

ЛЮБЫЕ ДВЕ ТОЧКИ...

На экране две точки. При дальнейших словах диктора одна из них приближается к другой до полного их слияния (точки разного цвета).

МОЖНО СОВМЕСТИТЬ НАЛОЖЕНИЕМ. ЗНАЧИТ, ВСЕ ТОЧКИ КОНГРУЭНТНЫ.

Появляются два конгруэнтных отрезка. Они подравниваются левыми краями, а затем накладываются друг на друга до совпадения.

ЭТИ ОТРЕЗКИ МОЖНО НАЛОЖИТЬ ТАК, ЧТО ОНИ СОВПАДУТ.

На экране два неконгруэнтных отрезка. Та же игра, но совпадения не происходит.

А ЭТИ ОТРЕЗКИ СОВМЕСТИТЬ НЕВОЗМОЖНО. ОТРЕЗКИ МОГУТ БЫТЬ КОНГРУЭНТНЫМИ...

На экране несколько конгруэнтных отрезков.

А МОГУТ БЫТЬ И НЕКОНГРУЭНТНЫМИ.

Появляются две прямые разных цветов.

ПРЯМЫЕ ВСЕГДА МОЖНО НАЛОЖИТЬ ДРУГ НА ДРУГА ТАК, ЧТО ОНИ СОВПАДУТ ВСЕМИ СВОИМИ ТОЧКАМИ.

Прямые (каждая из них) прочерчиваются до краев экрана. Затем накладываются одна на другую.

ВСЕ ПРЯМЫЕ КОНГРУЭНТНЫ.

Появляются два луча разного цвета. Хорошо видны их начала.

ЛУЧИ ТОЖЕ МОЖНО НАЛОЖИТЬ ДРУГ НА ДРУГА ТАК ЧТОБЫ ОНИ СОВПАЛИ.

Лучи прочерчиваются (в одну сторону каждый) до краев экрана, а затем совмещаются.

ЗНАЧИТ, ВСЕ ЛУЧИ КОНГРУЭНТНЫ.

Затемнение. Из него снова появляется надпись:

ФИГУРЫ, КОТОРЫЕ МОЖНО СОВМЕСТИТЬ НАЛОЖЕНИЕМ, НАЗЫВАЮТСЯ КОНГРУЭНТНЫМИ.

Конец.

5. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ.

В центре кадра транспортир.

ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ И ПОСТРОЕНИЯ УГЛОВ ПРИМЕНЯЕТСЯ ПРИБОР ТРАНСПОРТИР.

Синхронно появляется надпись «Транспортир».

ШКАЛА ТРАНСПОРТИРА ПРЕДСТАВЛЯЕТ РАЗВЕРНУТЫЙ УГОЛ...

«Материальная часть» транспортира становится еле видной. Ярко светится прямая линия, изображающая стороны развернутого угла с хорошо видимой его вершиной. Полуплоскость в сторону *шкалы транспортира* светится чуть ярче, чем другая полуплоскость.

Выделенная верхняя полуплоскость разбивается на 180°.

...РАЗДЕЛЕННЫЙ НА ГРАДУСЫ.

Постепенно проявляется «материальная» шкала транспортира. Постепенно и весь транспортир «материализуется» и становится хорошо различим. Затемнение.

В кадре угол ABC ($\widehat{ABC} = 75°$). Синхронно диктору на угол ABC накладывается транспортир.

ЧТОБЫ ИЗМЕРИТЬ УГОЛ, НАЛОЖИМ НА НЕГО ТРАНСПОРТИР ТАК, ЧТОБЫ ВЕРШИНА ИЗМЕРЯЕМОГО УГЛА СОВПАЛА С ЦЕНТРАЛЬНОЙ МЕТКОЙ ТРАНСПОРТИРА, А ОДНА СТОРОНА УГЛА ПРОШЛА ЧЕРЕЗ НУЛЕВУЮ ОТМЕТКУ НА ШКАЛЕ ТРАНСПОРТИРА.

Внимание акцентируется на прямолинейной части транспортира. Вершина угла и центральная метка мигают. Сторона угла и нулевая отметка мигают.

Крупным планом — шкала транспортира. Мигает вторая сторона измеряемого угла.

ТОГДА ДРУГАЯ СТОРОНА ИЗМЕРЯЕМОГО УГЛА УКАЖЕТ, СКОЛЬКО ГРАДУСОВ СОДЕРЖИТ ИЗМЕРЯЕМЫЙ УГОЛ.

Мигает штрих и число 75°. Появляется надпись:

$\widehat{ABC} = 75°$.

Затемнение. Конец.

6. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ.

На экране две перпендикулярные прямые a и b.

ПРЯМЫЕ a и b ПЕРЕСЕКЛИСЬ В ТОЧКЕ B.

Прямые, а затем точка пересечения акцентируются.

ПРИ ЭТОМ ОБРАЗОВАЛОСЬ ЧЕТЫРЕ УГЛА, МЕНЬШИХ РАЗВЕРНУТОГО.

Акцентируется каждый из углов.

СРАВНИМ ОДИН ИЗ ЭТИХ УГЛОВ С ПРЯМЫМ УГЛОМ.

На экране треугольник. На прямом угле акцентируется надпись «90°». Прямой угол накладывается на выделенный угол.

На прямых появляются надписи A и K, C и M. Точка пересечения обозначается B.

УГОЛ ABC, ОБРАЗОВАВШИЙСЯ ПРИ ПЕРЕСЕЧЕНИИ ПРЯМЫХ a и b, ПРЯМОЙ.

Высвечивается угол CBK.

УГОЛ CBK, СМЕЖНЫЙ С УГЛОМ ABC (акцентируется общая сторона углов, а затем развернутый угол, являющийся объединением углов ABC и CBK), ТАКЖЕ ПРЯМОЙ.

Внутри угла BCK появляется надпись «90°». *Такие же надписи* появляются внутри углов ABM и MBK.

УГЛЫ *АВМ* И *МВК* ТАКЖЕ ПРЯМЫЕ.

Быстро повторяется акцентирование пересечения и объединения углов *АВС* и *АВМ*, *АВМ* и *МВК*.

ДВЕ ПРЯМЫЕ, ДЕЛЯЩИЕ ПЛОСКОСТЬ НА ЧЕТЫРЕ ПРЯМЫХ УГЛА, НАЗЫВАЮТСЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ.

Появляются надписи:

$a \perp b$, $(AK) \perp (CM)$.

Затемнение. На экране другие прямые — p и n. Отрезки, которыми они заданы, не пересекаются.

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ ЛИ ПРЯМЫЕ p И n? ЧТОБЫ УСТАНОВИТЬ ЭТО, НАДО:

ПЕРВОЕ. НАЙТИ ТОЧКУ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПРЯМЫХ.

Прямые прочерчиваются через весь экран, вспыхивает точка пересечения.

ВТОРОЕ. НАЙТИ ОДИН ИЗ УГЛОВ С ВЕРШИНОЙ В ТОЧКЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ, ОБРАЗОВАВШИХСЯ ПРИ ПЕРЕСЕЧЕНИИ ПРЯМЫХ.

Выделяется один из углов.

ТРЕТЬЕ. СРАВНИТЬ ЭТОТ УГОЛ С ПРЯМЫМ УГЛОМ.

На выделенный угол накладывается угол треугольника.

УГОЛ ПРЯМОЙ. ПРЯМЫЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ.

Затемнение. Конец.

7. УРАВНЕНИЕ

На экране крепость с двумя рядами стен. Во внутреннем дворе — знамя с надписью «Уравнения». Все стены имеют ворота, у которых стоят стражники. Вне крепости движутся надписи-человечки:

$2 + 3 = 5;$	$14 + 17;$	$3-1 > 4;$
$2 \cdot 2 < 5;$	$8 : 1;$	$5 > 0;$
$4 + x < 5;$	$4 + a = 7;$	$y \cdot 4 = 12;$
$6-2 = 4;$	$3 - x = 2;$	$15 : b = 3.$
$2 \cdot 2 = 5;$		

Первый стражник:

— ПРОПУСКАЕМ ТОЛЬКО РАВЕНСТВА. ПРОПУСКАЕМ ТОЛЬКО РАВЕНСТВА.

Спина каждого человечка осматривается стражниками. При этом знак « = » акцентируется. Один за другим проходят:

$2 + 3 = 5$; $3 - x = 2$; $6-2 = 4$; $4 + a = 7$; $y \cdot 4 = 12$; $15 : b = 3$; $2 \cdot 2 = 5$.

Последнее равенство не успевает пройти в ворота: его задерживает человечек $2 \cdot 2 < 5$ и возмущенно обращается к стражнику:

— ОНО НЕВЕРНОЕ. А Я ВЕРНОЕ. МЕНЯ НЕ ПУСКАЕТЕ, А ЕГО ПУСКАЕТЕ. ЭТО НЕЧЕСТНО!

Стражник (отстраняя неравенство):

— МЫ ПРОПУСКАЕМ ТОЛЬКО РАВЕНСТВА.

Знак « = » снова акцентируется.

На экране внутренний двор. Человечки устремляются к воротам во второй стене. Стражник у вторых ворот кричит:

— ПРОПУСКАЕМ РАВЕНСТВА С ПЕРЕМЕННЫМИ.

К воротам подходит человечек $3 - x = 2$. Буква x акцентируется. Стражники пропускают его за ворота.

— ПЕРЕМЕННАЯ ЕСТЬ, ПРОХОДИТЕ.

Теми же словами: «Переменная есть, проходите» — стражник провожает равенства: $4 + a = 7$; $y \cdot 4 = 12$; $15 : b = 3$.

Каждый раз переменная акцентируется. Стражник ставит на каждом из них штамп «Уравнение».

Конец.

8. ДРОБИ НА ЧИСЛОВОМ ЛУЧЕ.

В кадре числовой луч. На нем деления с надписями целых неотрицательных чисел.

ДРОБИ, ТАК ЖЕ КАК И НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА, МОЖНО ИЗОБРАЖАТЬ ТОЧКАМИ НА ЧИСЛОВОМ ЛУЧЕ.

Появляется дробь $^5/_8$.

ЧТОБЫ ИЗОБРАЗИТЬ, НАПРИМЕР, ДРОБЬ $^5/_8$, НАДО ОТ НАЧАЛА ЛУЧА ОТЛОЖИТЬ $^5/_8$ ЕДИНИЧНОГО ОТРЕЗКА.

В кадре акцент на отрезок [0, 1].

ДЛЯ ЭТОГО ЕДИНИЧНЫЙ ОТРЕЗОК ДЕЛЯТ НА 8 РАВНЫХ ЧАСТЕЙ...

Единичный отрезок увеличивается, пока не занимает в длину весь кадр. Мигает знаменатель дроби. От знаменателя исходят лучи (типа солнечных), которые пересекают единичный отрезок, деля его на восемь равных частей. Лучи от знаменателя пропадают. В кадре единичный отрезок [0, 1], разделенный на 8 равных частей.

... И ОТСЧИТЫВАЮТ 5 ТАКИХ ЧАСТЕЙ ОТ НАЧАЛА ЛУЧА.

Мигает числитель.

В центре кадра начало луча с нулевой отметкой. Числовой луч начинает двигаться налево. При появлении дробных восьмых отметок число 5 вспыхивает. На пятой отметке движение луча останавливается. Появляется надпись «$^5/_8$».

ПОЛУЧАЕТСЯ ТОЧКА, КОТОРОЙ СООТВЕТСТВУЕТ ЧИСЛО $^5/_8$.

В кадре дроби $^2/_9$ и $^5/_9$ и под ними числовой луч, большей своей частью находящийся на отрезке [0, 1].

ИЗОБРАЗИМ НА ЧИСЛОВОМ ЛУЧЕ ДРОБИ $^2/_9$ и $^5/_9$.

Мигают девятки у обеих дробей. На единичном отрезке [0, 1] появляется 9 отметок. Мигает двойка. Вместе с ней начинает мигать отрезок $^2/_9$. После окончания мигания у соответствующей отметки появляется надпись «$^2/_9$».

Мигает пятерка. Вместе с ней начинает мигать отрезок $^5/_9$.

У соответствующей отметки появляется надпись «$^5/_9$».

ЧИСЛО $^2/_9$ МЕНЬШЕ ЧИСЛА $^5/_9$.

Появляется знак $<$ между дробями.

ЧИСЛО $^2/_9$ РАСПОЛАГАЕТСЯ НА ЧИСЛОВОМ ЛУЧЕ ЛЕВЕЕ ЧИСЛА $^5/_9$.

В кадре запись $^2/_9 < {}^5/_9$, под ней числовой луч.

Затемнение. В кадре дроби $^3/_4$ и $^3/_{10}$ над единичным отрезком числового луча.

ИЗОБРАЗИМ ДРОБИ $^3/_4$ и $^3/_{10}$ НА ЧИСЛОВОМ ЛУЧЕ.

Мигает дробь $^3/_4$. Единичный отрезок разбивается на равные части, и от нуля заливаются белой краской $^3/_4$. Появляется надпись «$^3/_4$». Белая заливка исчезает.

Мигает дробь $^3/_{10}$. Единичный отрезок разбивается на 10 равных частей. От нуля заливаются белой краской 3 таких отрезка. Появляется надпись «$^3/_{10}$». Белая заливка исчезает.

ЧИСЛО $^3/_4$ БОЛЬШЕ ЧИСЛА $^3/_{10}$.

Появляется знак $>$ между дробями. В кадре запись «$^3/_4 > {}^3/_{10}$», под ней числовой луч.

ЧИСЛО $^3/_4$ РАСПОЛАГАЕТСЯ НА ЧИСЛОВОМ ЛУЧЕ ПРАВЕЕ ЧИСЛА $^3/_{10}$.

Конец.

9. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ.

На экране лист бумаги, разделенный пополам. На левой половине листа, вплотную к правому краю, написано число 247.

ЭТО ЦЕЛОЕ ЧИСЛО 247. ОНО НАПИСАНО В ДЕСЯТИЧНОМ СЧИСЛЕНИИ. ЭТО ЗНАЧИТ, ЧТО САМАЯ ПРАВАЯ ЦИФРА ОБОЗНАЧАЕТ СЕМЬ ЕДИНИЦ...

От 7 отходит стрелка к картуши (квадрату) с надписью «7».

...ВТОРАЯ СПРАВА ЦИФРА ОБОЗНАЧАЕТ 4 ДЕСЯТКА...

То же: «4 · 10».

...ТРЕТЬЯ — 2 СОТНИ.

То же: «2 · 100».

МОЖНО НАПИСАТЬ ЕЩЕ ОДНУ ЦИФРУ СЛЕВА. ТОГДА ПОЛУЧИТСЯ НОВОЕ ЧИСЛО.

Дописывается 3, получается 3247, от 3 идет стрелка к картуши 3 · 1000.

НОВАЯ ЦИФРА...

3 мигает.

... В 10 РАЗ КРУПНЕЕ, ЧЕМ ЦИФРА СПРАВА.

Мигают записи 1000 и 100.

ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ В ТОМ И СОСТОИТ, ЧТО КАЖДЫЙ РАЗРЯД В 10 РАЗ БОЛЬШЕ, ЧЕМ РАЗРЯД СПРАВА, И В 10 РАЗ МЕНЬШЕ РАЗРЯДА СЛЕВА.

Мигают 1000, 100, 10, появляется 1 при семерке: «7 · 1».

ДАВАЙТЕ ВОСПОЛЬЗУЕМСЯ ЭТИМ ПРАВИЛОМ И ДОПОЛНИМ НАШУ ЗАПИСЬ СПРАВА.

Появляется в правой части листа продолжение числа: «3247|8».

КАК МОЖНО ПОНИМАТЬ ТАКУЮ ЗАПИСЬ В ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ?

Стрелка от цифры 8 к картуши, на которой стоит «?».

ЭТО, КОНЕЧНО, 8...

Появляется в картуши «8».

...ДЕСЯТЫХ.

«$8 \cdot {}^{1}/_{10}$».

ВЕДЬ ЦЕНА ЭТОГО РАЗРЯДА...

Мерцает 1.

..., ДОЛЖНА БЫТЬ В 10 РАЗ МЕНЬШЕ РАЗРЯДА СЛЕВА.

Мерцает 10.

ЕСЛИ МЫ НАПИШЕМ СПРАВА ЕЩЕ ЧИСЛА, ТО БУДЕМ ПОЛУЧАТЬ ЕЩЕ МЕНЬШИЕ РАЗРЯДЫ: (медленно) 3 СОТЫХ.

Появляется 3, картушь «$3 \cdot \frac{1}{100}$».

5 ТЫСЯЧНЫХ...

То же: «$5 \cdot \frac{1}{1000}$».

... 9 ДЕСЯТИТЫСЯЧНЫХ (и т. д.).

Все надписи, кроме числа, ликвидируются. Во время следующих слов диктора черта между частями листа то исчезает, то появляется.

КОНЕЧНО, ТАКУЮ НАДПИСЬ ТРУДНО ПРОЧЕСТЬ ПРАВИЛЬНО: ТРУДНО ЗАПОМНИТЬ, ГДЕ РАСПОЛОЖЕН РАЗРЯД ЕДИНИЦ. ДЛЯ ПАМЯТИ ПОСЛЕ НЕГО СТАВЯТ ЗАПЯТУЮ.

Запятая.

ВСЯ ТАКАЯ ЗАПИСЬ НАЗЫВАЕТСЯ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБЬЮ.

Надпись над числом: «Десятичная дробь».

Конец.

10. ПЕРЕМЕННАЯ.

На экране надпись «Верно или неверно?». Надпись уменьшается и остается в левом верхнем углу кадра.

ВЕРНО ИЛИ НЕВЕРНО, ЧТО СОБАКА — ДОМАШНЕЕ ЖИВОТНОЕ?

На экране прямоугольник с собачьей головой и слова «Домашнее животное».

ВЕРНО: СОБАКА — ДОМАШНЕЕ ЖИВОТНОЕ. ВЫСКАЗЫВАНИЕ «СОБАКА — ДОМАШНЕЕ ЖИВОТНОЕ» ИСТИННО.

Синхронно акцентируется надпись. Аппарат отъезжает, видно, что собака сидит на цепи у будки.

Затемнение.

Снова прямоугольник. В нем голова тигра. Та же надпись: «Домашнее животное».

ЭТО НЕВЕРНО. ТИГР НЕ ДОМАШНЕЕ ЖИВОТНОЕ. ВЫСКАЗЫВАНИЕ «ТИГР—ДОМАШНЕЕ ЖИВОТНОЕ» ЛОЖНО.

Тигр на экране уходит в джунгли.

Затемнение.

Тот же прямоугольник. В нем x. Надпись та же: «Домашнее животное».

«X — ДОМАШНЕЕ ЖИВОТНОЕ» — И НЕ ПРАВДА, И НЕ ЛОЖЬ. X — ПЕРЕМЕННАЯ, КОТОРАЯ МОЖЕТ ПРИНИМАТЬ РАЗНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ.

Из-под прямоугольника выдвигаются непрерывной лентой прямоугольники с домашними и дикими животными. Они заполняют экран.

ПОДСТАВИМ ВМЕСТО ПЕРЕМЕННОЙ X КАКОЕ-НИБУДЬ ЗНАЧЕНИЕ ИЗ ЭТОГО МНОЖЕСТВА.

Камера выхватывает и укрепляет прямоугольник с петухом. Прямоугольник перемещается по экрану, останавливается около прямоугольника с x, x акцентируется.

ПРИ ДАННОМ ЗНАЧЕНИИ ПЕРЕМЕННОЙ ФРАЗА «X — ДОМАШНЕЕ ЖИВОТНОЕ» ПРЕВРАТИТСЯ В ВЕРНОЕ ВЫСКАЗЫВАНИЕ.

А ПРИ ТАКОЙ (акцентируется лев. Прямоугольник со львом наплывает на x) В ЛОЖНОЕ.

Часть прямоугольников отделяется и укрупняется. Появляется надпись: «A — {собака, кошка, корова, коза}».

ЕСЛИ ЗНАЧЕНИЯ ПЕРЕМЕННОЙ X БРАТЬ ИЗ МНОЖЕСТВА A, ТО БУДУТ ПОЛУЧАТЬСЯ ВЕРНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ.

Происходит подстановка каждого из элементов множества A вместо x.

Еще несколько прямоугольников отделяются и выстраиваются рядом с множеством A в надпись: «B = {тигр, волк, змея}».

ЕСЛИ ЗНАЧЕНИЯ ПЕРЕМЕННОЙ X БРАТЬ ИЗ МНОЖЕСТВА B, ТО ВСЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ БУДУТ НЕВЕРНЫМИ.

Происходит подстановка каждого из элементов множества B вместо x.

ЕСЛИ ЖЕ ЗНАЧЕНИЯ БРАТЬ ИЗ МНОЖЕСТВА C...

Двойники всех элементов множества A и B объединяются в новое множество C = {собака, тигр, кошка, корова, волк, коза, змея}.

... ТО ПРИ НЕКОТОРЫХ ИЗ НИХ ПОЛУЧИМ ВЕРНОЕ ВЫСКАЗЫВАНИЕ, А ПРИ НЕКОТОРЫХ — НЕВЕРНОЕ.

Происходит подстановка элементов множества C вместо x, диктор комментирует: «Верное, неверное...»

Конец.

11. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ.

На экране кофейник на плите.

КОГДА ВАРЯТ КОФЕ ПО-ТУРЕЦКИ, ТО САХАР КЛАДУТ ПРЯМО В КОФЕЙНИК. ЗДЕСЬ ВАРИТСЯ КОФЕ ДЛЯ ДВУХ ЧЕЛОВЕК — НА ДВЕ ЧАШКИ.

Подходит мальчик и бросает три куска сахара. Появляется запись «3». ЭТОГО БУДЕТ МАЛО.

Подходит девочка, бросает еще кусок. Запись: «$3 + 1$».

ВОТ ТЕПЕРЬ КАЖДОМУ ДОСТАНЕТСЯ ПО...

Запись: «$\frac{3+1}{2} = 2$».

... ДВА КУСКА. ДВА — СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ЧИСЕЛ ТРИ И ОДИН. ТРИ КУСКА БРОСИЛ МАЛЬЧИК И ОДИН КУСОК — ДЕВОЧКА. А ПИТЬ БУДУТ ОДИНАКОВО СЛАДКИЙ КОФЕ — ПО ДВА КУСКА НА ЧАШКУ. ВООБЩЕ СРЕДНИМ АРИФМЕТИЧЕСКИМ ДВУХ ЧИСЕЛ НАЗЫВАЕТСЯ ПОЛОВИНА ИХ СУММЫ.

Запись: «$\frac{a+b}{2}$».

ЧАСТО БЫВАЕТ НУЖНО НАХОДИТЬ СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ НЕ ДВУХ, А БОЛЕЕ ЧИСЕЛ.

Появляется таблица и надписи:
ТЕМПЕРАТУРА ВОЗДУХА В ПЕРВЫЕ ДНИ ИЮНЯ

Число	1	2	3	4	5
Температура, °C	22	28	24	16	16

ХОЛОДНОЕ БЫЛО НАЧАЛО ИЮНЯ ИЛИ ТЕПЛОЕ? ОПРЕДЕЛИМ СРЕДНЮЮ ТЕМПЕРАТУРУ: СЛОЖИМ ТЕМПЕРАТУРУ ЗА ПЯТЬ ДНЕЙ И РАЗДЕЛИМ НА ПЯТЬ.

$$\frac{22+28+24+16+16}{5}=\frac{106}{5}=21,2^\circ.$$

ЭТО НИЖЕ ОБЫЧНОЙ СРЕДНЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ИЮНЯ В МОСКВЕ.
Конец.

СОДЕРЖАНИЕ

Болтянский Владимир Григорьевич,
Волович Марк Бенцианович,
Красс Эдуард Юрьевич,
Левитас Герман Григорьевич

УЧЕБНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

IV класс

Заведующая редакцией *И. Н. Цекова.* Редакторы *Т. С. Головачева, В. Г. Иоффе.*
Художник *С. Деулин.* Художественный редактор *И. И. Суслов.*
Технический редактор *Т. Е. Прыткова.* Корректор *И. В. Симакова.*
А-05734. Сдано в набор 12.03. 1976 г. Подписано в печать 10.09. 1976 г.
Формат 60X90¹/₁₆. Бумага тип. № 3. Печ. л. 9,5. Усл. печ. л. 9,5.
Уч.-изд. л. 10,11. Тираж 50 000 экз. (Т. п. 1976 г. № 44). Заказ 823. Цена 28 коп.

Издательство «Педагогика» Академии педагогических наук СССР и Государственного комитета Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли Москва, 107067, Лефортовский пер., 8

Московская типография № 4 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли Москва, И-41, Б. Переяславская ул., д. 46.

28 коп.